ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКОНОМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

На правах рукописи

ДОБРИНА МАРИЯ ВАЛЕРЬЕВНА

МОДЕЛИРОВАНИЕ ИНВЕСТИЦИОННЫХ РЕШЕНИЙ В УСЛОВИЯХ БИНАРНОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ФОНДОВОГО РЫНКА

Специальность 5.2.2 - Математические, статистические и инструментальные методы в экономике

ДИССЕРТАЦИЯ
на соискание ученой степени
кандидата экономических наук

Научный руководитель:
доктор экономических наук, профессор
Чернов Виктор Петрович

Санкт-Петербург
2024

Содержание

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования. Несмотря на высокий уровень риска и неопределенности, фондовый рынок был и остается инвестиционно привлекательным для инвесторов. Современная финансовая теория, как правило, способствует поддержанию развития фондового рынка практическими рекомендациями, в основе которых лежат доказанные математически элементы теории. Но даже если предположить ,что реальные и потенциальные инвесторы следуют рекомендациям теории, им не удастся преодолеть естественную неопределенность фондового рынка и избежать рисков, скрывающихся за этой неопределенностью.

Идея Г. Марковица не устранить, а минимизировать риски была обнадеживающей, но, к сожалению, она могла быть реализована только на историческом периоде. Фактически, построенный на базе этой идеи портфель ценных бумаг можно рассматривать как инвестиционный портфель упущенных возможностей. Оптимальный на историческом промежутке времени портфель, чаще всего, теряет свою оптимальность на упреждающем промежутке времени.

У. Шарп в свою очередь предложил стратегию пассивного инвестирования, которая означает, что при получении новой информации не нужно пересматривать портфель ценных бумаг. В этих условиях отличительной характеристикой эффективного рынка является отсутствие возможности извлечения сверхдохода.

Подход Дж.Тобина к оценке уровня риска инвестиционного портфеля аналогичен вышеупомянутому подходу Марковица. Сокращение совокупного уровня риска портфеля ценных бумаг наблюдается при добавлении в анализируемый портфель разнонаправленных по динамике доходности ценных бумаг.

Альтернативный эффективному фрактальный рынок из-за отсутствия необходимых средств моделирования многовариантной динамики формирования доходности финансовых активов не обеспечил инвесторов новыми надежными рекомендациями портфельного инвестирования. В тоже время, появился новый аппарат моделирования процессов с дихотомической динамикой, прикладные возможности которого недостаточно изучены. Подтверждение этого можно найти в работах А.И. Павлова, С.А. Кудж, М.Ю. Шевелева, Ю.П. Шевелева, Г.А. Сатарова, О.Ю. Номоконовой и других.

Вопрос исследования этих возможностей в задачах портфельного инвестирования является актуальным и позволяет надеяться на уточнение интерпретационных фактов и алгоритмических схем формирования оптимальных портфельных решений.

В диссертационной работе используется понятие бинарной неопределенности. Это понятие связано с дихотомическим модельным представлением рыночной доходности актива. В динамике доходности актива возможны положительные и отрицательные приросты. Это должно быть отражено в модели доходности актива. Для этого было выполнено исследование механизма формирования доходности в случайной среде бинарных ожиданий, и на основе полученных результатов предложена комбинированная модель, в составе которой предусмотрено воспроизведение бинарной рыночной доходности с помощью регрессии, зависимая переменная которой дихотомическая. В итоге предложенная модель строится с учетом бинарной динамики доходности каждого актива и в этом смысле с учетом бинарной неопределенности.

Степень разработанности научной проблемы. У истоков первой научной теории инвестиционного портфеля стоит Г. Марковиц, который в своих работах анализировал проблемы рынка ценных бумаг, построил оптимизационную модель портфеля и исследовал ее свойства. Другие исследователи, такие как У. Шарп, Дж. Линтнер, Я. Моссин, Ф. Блек, Дж. Тобин усовершенствовали идеи Г. Марковица, построив основы теории портфельного инвестирования. Теория портфельного инвестирования началась с общего изучения инвестиций и критериев их оценки, рассматривавшихся в работах И. Фишера и Д.М. Кейнса. Немаловажный вклад в развитие портфельного инвестирования внесли К. Грэнджер и Р. Энгл.

Заметный вклад в развитие теории портфельного инвестирования внесли и российские ученые, такие как В.М. Аскинадзи, А.Н. Буренин, В.В. Давнис, И.Г. Журбенко, А.В. Мельников, И.А. Наталуха, А.Н. Ширяев, М.А. Лимитовский, С.В. Булашев, В.В. Глухов, И.В. Ильин, А.О. Недосекин, П.В. Кратович, А.О. Денисенко, В.И. Копосов и другие.

Актуальным текущим направлением развития являются, с нашей точки зрения, исследования по проблеме формирования инвестиционного портфеля с применением эконометрических моделей. Итоги исследований, выполненных в диссертационных работах Е.А. Ратушной, С.В. Бахолдина, О.В. Тимченко, Е.С. Кутуковой и Е.А. Хлебниковой продемонстрировали перспективность развития этого направления.

Данное диссертационное исследование вносит уточнение в понимание особенностей функционирования фондовой биржи, автор предлагает математические модели принятия инвестиционных решений в условиях бинарной неопределенности фондового рынка.

Цель и задачи исследования.

Цель исследования: предложение математических моделей для реализации новых подходов к моделированию портфелей ценных бумаг в условиях бинарной неопределенности фондового рынка.

Для достижения поставленной цели были определены и решены следующие **задачи**:

- моделирование доходности в случайной среде бинарных ожиданий;

- анализ возможностей построения моделей на основе дважды бинарного подхода и оценка возможностей его применения при моделировании портфельных решений;

- построение диагональной вероятностной модели портфельного инвестирования и исследование ее основных свойств;

- построение модели портфельного инвестирования на основе рыночного взаимодействия финансовых активов;

- определение возможностей алгоритмического подхода к построению портфеля на основе парного взаимодействия активов;

- исследование возможности применения ранговых решений в портфельном анализе.

Объектом исследования выступает портфель акций российских эмитентов.

Предметом исследования являются математические модели построения портфеля ценных бумаг в условиях бинарной неопределенности доходности на фондовом рынке.

Теоретической и методологической основой исследования послужили результаты исследований российских и зарубежных ученых в сфере принятия инвестиционных решений в целом и портфельных инвестиций в частности, методов оптимизации, математической статистики, эконометрического моделирования непрерывных и дискретных процессов.

Информационная база исследования представлена архивом котировок акций российских эмитентов, преимущественно голубых фишек и индекса РТС. Все расчеты проводились в среде Microsoft Excel и MatLab.

Обоснованность результатов исследования определена применением методов научного познания, соответствующих цели и задачам работы; глубоким и всесторонним анализом научных публикаций; решением задач исследования с помощью разнообразных подходов и сопоставлением полученных итогов; изучением выводов и методов, использованных в разнообразных исследовательских решениях.

Достоверность результатов исследования подтверждена анализом первичных данных различными инструментальными методами, соотнесением получаемых итогов с выводами и результатами, полученными другими исследователями в данной сфере.

Соответствие диссертации Паспорту научной специальности. Содержание диссертации соответствует следующим пунктам паспорта специальности 5.2.2. Математические, статистические и инструментальные методы в экономике Паспорта специальностей ВАК РФ:

п. 3. – «Разработка и развитие математических и эконометрических моделей анализа экономических процессов (в т.ч. в исторической перспективе) и их прогнозирования»;

п. 4. – «Разработка и развитие математических и компьютерных моделей и инструментов анализа и оптимизации процессов принятия решений в экономических системах».

Научная новизна результатов исследования состоит в предложении математических моделей для реализации новых подходов к моделированию портфелей ценных бумаг в условиях бинарной неопределенности фондового рынка. Основная особенность сформированных моделей определяется единственностью характеристики в виде вероятности положительной доходности ценной бумаги, с помощью которой идентифицируются и доходность, и риск актива, описывающие в портфельной теории множество инвестиционных возможностей. Это позволяет уточнить и частично пересмотреть отдельные положения теории финансовых рынков.

Наиболее существенные результаты исследования, обладающие научной новизной и полученные лично соискателем:

1) предложен дважды бинарный подход к построению модели доходности актива. Данный подход имеет прикладное значение, связанное с упрощением технологий обработки большого массива данных. Этот подход особенно эффективен при осуществлении многомерных вычислений, моделировании многомерных процессов (показателей регионов, стоимости финансовых активов и т.п.);

2) построена диагональная вероятностная модель портфельного инвестирования, с помощью которой проведено уточнение результата Марковица о характере связи риска с доходностью. Анализ вычислительных экспериментов с этой моделью показал, что увеличение риска происходит по мере удаления ожидаемой доходности портфеля от инвестиционного потенциала рынка, а не от увеличения ожидаемой доходности;

3) разработана методика построения портфеля с линейным риском, учитывающим результат рыночного взаимодействия финансовых активов. Оптимизация портфеля ценных бумаг в рамках этой методики основана на максимизации функции полезности, отражающей процесс формирования доходности активов в бинарной инвестиционной среде фондового рынка;

4) обоснована алгоритмическая процедура формирования портфеля ценных бумаг, предусматривающая реализацию процесса последовательной оптимизации портфелей из двух активов, результат рыночного взаимодействия между которыми, рассчитываемый по выведенной формуле, имеет максимальное значение. Используемая в процедуре формула может применяться в техническом анализе, обеспечивая перенос идей фундаментального анализа в технический;

5) обоснована возможность формирования ранговых портфельных решений, при построении которых численная оптимизация заменена процедурой предпочтений, обычно используемой в обработке экспертных данных. Такая замена основывается на зависимости доходности и риска от единственной характеристики - вероятности положительной доходности актива, предпочтения по которой одновременно приводят к росту доходности и снижению риска.

Теоретическая значимость исследования заключается в разработке нового подхода к моделированию портфельных инвестиционных решений, основанного на дважды бинарной модели доходности актива, обеспечивающей адекватное описание бинарного механизма формирования доходности финансовых активов и лежащей в основе формирования нового инструмента аргументации при принятии инвестиционных решений на рынке ценных бумаг.

Практическая значимость исследования заключается в предложении рекомендаций и выводов, которые различные инвесторы могут применять при формировании портфеля ценных бумаг для российского фондового рынка или осуществлении его реструктуризации. На основе построенных моделей удается сформировать инвестиционные решения, обеспечивающие необходимый уровень доходности и высокую вероятность получения субъектом инвестиционной деятельности положительных финансовых результатов.

Апробация результатов исследования. Диссертационное исследование начало осуществляться в рамках комплексной программы научной работы кафедры информационных технологий и математических методов в экономике экономического факультета ФГБОУ ВО «Воронежский государственный университет» и завершилось в рамках научной стажировки на кафедре прикладной математики и экономико-математических методов факультета информатики и прикладной математики ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный экономический университет».

Математические модели, разработанные в ходе проведения исследования, использовались в следующих грантах: грант РФФИ № 16-46-360424р-а «Методы и модели прогнозирования социально-экономического развития Воронежской области» (руководитель – д.э.н., проф. Давнис В.В., 2016-2018 гг.), грант РФФИ № 19-010-00138 А «Разработка теории адаптивно-таргетированных моделей прогнозирования в задачах стратегического планирования социально-экономических процессов» (руководитель – д.э.н., проф. Давнис В.В., 2019-2020 гг.).

Ключевые итоги исследования были представлены на всероссийских и международных научно-практических конференциях: «Экономическое прогнозирование: модели и методы» (г. Воронеж, 2016, 2017, 2018, 2020, 2022 гг.); «Электронный бизнес: проблемы, развитие и перспективы» (г.

Воронеж, 2017, 2018, 2019, 2020, 2021 гг.); «Теория и практика функционирования финансовой и денежно-кредитной системы России» (г. Воронеж, 2018, 2019 гг.); «Системное моделирование социально-экономических процессов» (г. Воронеж, 2017 г.), «Анализ инвестиционных проектов» (г. Москва, 2020 г., ИСА РАН), «Международные Плехановские чтения» (г. Москва, 2023 г., ФГБОУ ВО «РЭУ им. Г. В. Плеханова»), «Конгресс молодых ученых» (г. Санкт-Петербург, 2023 г., ИТМО), «Международный бизнес: время вызовов и возможностей» (г. Москва, 2023 г., Всероссийская академия внешней торговли Минэкономразвития России), «Реформы в России и проблемы управления» (г. Москва, 2023 г., ГУУ), «Современная математика и концепции инновационного математического образования» (г. Москва, 2023 г., Финансовый Университет при Правительстве РФ).

Публикации результатов исследования. По теме диссертации автором опубликованы 37 печатных работ, в том числе 10 авторских работ в научных журналах и изданиях, которые включены в перечень российских рецензируемых научных журналов и изданий для опубликования основных научных результатов диссертаций, 1 монография и 3 авторские работы, входящие в базу Scopus и Web of Science. Объем принадлежащих лично соискателю опубликованных результатов по теме диссертации составляет 20,90 печатных листов.

Структура диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, библиографического списка. Кроме того, имеются приложения. Текст изложен на 153 страницах машинописного текста, включает 5 рисунков, 13 таблиц основного текста и 6 таблиц в приложениях. Список литературы содержит 153 наименования, в том числе материалы глобальной сети Интернет.

Введение включает в себя раскрытие актуальности темы диссертационного исследования, выбор и указание предмета и объекта исследования, формулировку цели и выходящих из нее задач выполненной работы, обоснование научной новизны исследования, а также рассмотрение фундаментальной и прикладной значимости итогов проведенной работы.

Первая глава «Основные критерии формирования оптимальных портфельных решений» включает описание основных функций полезности, используемых в портфельном анализе, рассмотрение основных подходов к оценке и интерпретации рисков фондового рынка и анализ гипотез, на основе которых выстраивается теория инвестиционных решений на фондовом рынке.

Во второй главе «Портфельный анализ на основе эконометрических моделей с дискретной зависимой переменной» проводится исследование механизма формирования доходности в случайной среде бинарных ожиданий и на основе полученных результатов предлагается использовать комбинированную модель, в составе которой предусмотрено воспроизведение бинарности рыночной доходности с помощью регрессии, зависимая переменная которой дихотомическая. С помощью этой модели построена модель портфельного инвестирования и проведены расчеты, результаты которых позволили изменить содержательную интерпретацию зависимости риск-доходность, полученную Маковицем.

В третьей главе «Новые подходы к моделированию портфельных решений» вводится понятие рыночного взаимодействия финансовых активов, позволившее обосновать возможность построения модели портфельного инвестирования с линейным риском. Принципы построения этой модели были положены в основу формирования алгоритмического подхода к построению портфелей на основе парного взаимодействия финансовых активов. Алгоритмический подход стал мостиком, позволившим идеи фундаментального анализа использовать в задачах технического анализа. Кроме того, был предложен способ построения портфеля, в котором вместо оптимизации используется процедура предпочтения, что позволяет предлагать инвесторам новые правила формирования портфеля ценных бумаг.

Принятие инвестиционных решений - это сложный процесс, так как его можно охарактеризовать как процесс выбора конкретной альтернативы из множества альтернатив. Значит, остановиться на конкретном решении следует только после надлежащей оценки всех альтернатив.

Эффективное принятие решений на фондовом рынке требует хорошего понимания человеческой природы в глобальной перспективе. При этом нельзя забывать, что инвестиционное решение, оптимальное для одного инвестора, может не быть таким для другого инвестора. Причины этого следующие: у каждого инвестора есть свои инвестиционные цели, уровень толерантности к риску, приток и отток денег и другие ограничения. И соответственно, он проектирует свой инвестиционный портфель с учетом всех этих факторов.

1. ОСНОВНЫЕ КРИТЕРИИ ПРИНЯТИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ ПОРТФЕЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ

1.1 Функции полезности и варианты их применения в моделировании портфельных решений

В настоящий момент времени общеизвестная теория портфельного инвестирования применяется при выборе эффективного финансового решения по управлению денежными средствами. С помощью портфельных инвестиций можно решать некоторые хозяйственные вопросы, улучшать структуру активов и увеличивать собственный капитал компании через выпуск (перевыпуск) ценных бумаг с последующим их распространением между отечественными и иностранными вкладчиками.

Заметим, что инвестиционный портфель - это совокупность ценных бумаг, приобретенных для получения дохода с определенной гарантированной ликвидностью [44]. Ключевым вопросом, от которого зависит процесс построения портфеля ценных бумаг, служит выбранная определенным экономическим субъектом манера принимать решения на фондовом рынке при конкретных условиях.

Сегодня большая часть экономических моделей базируется на гипотетической рациональности действий экономических агентов. Проблема рационального поведения экономических субъектов остается актуальной и по сей день. Одним из первых истоков возникновения интереса к данному вопросу в сфере портфельного инвестирования следует выделить теорию ожидаемой полезности. Данная теория включает определенные аксиомы, указанные в работах Джона фон Неймана и Моргенштерна [45]. Отметим, что эти аксиомы содержат исследования вероятностной природы объектов торговых сделок [5]. При этом очевидно, что приобретатель выбранного объекта торговой сделки, останавливаясь на определенном инвестиционном решении, нацелен на получение максимального значения потенциальной полезности.

Выделим основной объект теории ожидаемой полезности, которым является лотерея [94]. Уточним, что лотерея - это совокупность вариантов итогов торговой сделки, которые зависят от выбранного приобретателем определенного объекта инвестиционного решения, реализуемого с указанной вероятностью [101].

Рассмотрим подробнее теорию ожидаемой полезности Джона фон Неймана и Моргенштерна, а точнее ее аксиомы.

Аксиома № 1. В рамках данной аксиомы используется гипотеза о существовании предпочтения. Заметим, что под предпочтением подразумевается абсолютная полуупорядоченность всех лотерей. Таким образом, к основным свойствам предпочтения относятся идеальность, транзитивность и рефлексивность [45]. Дадим характеристику этим свойствам для понимания их сути:

- идеальная (абсолютная) полуупорядоченность – слабо выраженное предпочтение;

- транзитивность (соответствие) [45] предпочтений – данное свойство следует пояснить законом, содержание которого следующее: если для приобретателя вариант итога торговой сделки y предпочтительнее варианта итога торговой сделки x, а вариант итога торговой сделки z предпочтительнее итога торговой сделки y, тогда итог торговой сделки z предпочтительнее итога торговой сделки x [132];

- рефлексивность предпочтений. Это свойство проще описать на конкретном примере: если существует два варианта итога торговой сделки, но при этом для приобретателя они равноценны, тогда приобретатель считает их одинаковым итогом потенциальной торговой сделки [109].

Впоследствии, будем применять следующие специальные обозначения: $\succ$- предпочтение, а $\cong$- безразличие [45].

Аксиома № 2. Данная аксиома имеет и другое название - аксиома монотонности. Разъясним содержание этой аксиомы: Предположим, что существует два варианта x^1 и x^2 итогов торгов, для этих вариантов выполняется $x^1 \succ x^2$; тогда $(p', x^1; (1-p'), x^2) \succ (p, x^1; (1-p), x^2)$ при условии $p' > p$. Иными словами, приобретатель выберет лотерею с наибольшей вероятностью отбора предпочитаемого варианта итогов торговли. То есть отобранный вариант итогов торговли $x^1 \succ (p, x^1; (1-p), x^2)$ для всех $0 < p < 1$ предпочтительнее любой другой лотереи [45].

Аксиома № 3. Это аксиома тоже имеет и другое название – аксиома непрерывности. Рассмотрим подробнее эту аксиому: предположим, что существует три варианта итогов торгов x^1, x^2, x^3, для которых выполняется $x^1 \succ x^2 \succ x^3$; тогда существует вероятность p, которой соответствует $(p, x^1; (1-p), x^3) \cong x^2$, при $0 < p < 1$. В результате наблюдается интерполяция исходных лотерей по предпочтениям, что приводит к безразличию приобретателя при отборе расположенных на промежуточном уровне лотерей [45].

Аксиома № 4. Данная аксиома посвящена анализу независимых и некоррелируемых друг с другом альтернатив. Изложим суть этой аксиомы: пусть существуют два варианта итогов торгов x^1 и x^2, которым соответствует $x_1 \cong x_2$, тогда третий вариант итога торгов x^3 характеризуется следующим образом: $(p, x^1; (1-p), x^3) \cong (p, x^2; (1-p), x^3)$ при $0 < p < 1$. Иначе говоря, существование третьего варианта итогов торгов не нарушает заложенные предпочтения [45].

Аксиома № 5. Эта аксиома посвящена сложным лотереям. Рассмотрим ее содержание: Пусть существуют m лотерей: $L = p_1', x^1; p_2', x^2; ...; p_m', x^m$. Здесь следует пояснить, что подразумевается под сложной лотереей.

Сложная лотерея представляет из себя лотерею, исходами которой являются также лотереи L_i, вероятность отбора которых составляет q_i. Условно сложная лотерея имеет вид [45]: $L = (q_1, L_1; q_2, L_2; ...; q_m, L_m)$.

Согласно аксиоме № 5 сложная лотерея может быть приведена к лотерее вида: $L \cong L' = (r_1, x^1; r_2, x^2; ..., r_m, x^m)$, при этом вероятности этой лотерии рассчитываются как [92]:

$$
\begin{aligned}
r_1 &= (q_1 p_1^1 + q_2 p_1^2 + \ldots + q_m p_1^m), \\
r_2 &= (q_1 p_2^1 + q_2 p_2^2 + \ldots + q_m p_2^m), \\
&\vdots \\
r_m &= (q_1 p_m^1 + q_2 p_m^2 + \ldots + q_m p_m^m).
\end{aligned}
\tag{1.1.1}
$$

Следует заметить, что все вышерассмотренные аксиомы теории полезности, безусловно, имеют неоспоримо важное значение при принятии итогового решения, но, все же, основной теоремой теории полезности служит теорема фон Неймана – Моргенштерна, которую можно назвать симбиозом всех описанных выше аксиом. Перейдем к ее более детальному рассмотрению.

Теорема фон Неймана-Моргенштерна: если все рассмотренные выше пять аксиом реализованы, то в рассмотрение вводится функция полезности, рассчитываемая для всех лотерей и точная вплоть до монотонно строго возрастающего линейного преобразования [56]. При этом варианты итогов торгов следует назвать особым видом лотереи $(1, x) = x$, считающейся функцией полезности $U(x)$, которую можно рассчитать для всех вариантов итогов торгов. Нельзя забывать, что $U(x) > U(y)$, при $x \succ y$ [5]. Тогда для общего случая придем к следующему итогу: $U(p_1, x^1; p_2, x^2; ...; p_m, x^m) = \sum_{r=1}^{r} p_r U(x')$.

Данное тождество демонстрирует, что полезность лотереи представляет из себя математическое ожидание полезности, равное взвешенной сумме полезностей вариантов итогов торгов, в которых вероятности служат весами [79].

Нельзя не упомянуть существенное следствие теоремы фон Неймана-Моргенштерна, которым служит принцип рациональности приобретателя при вынесении итогового решения в условиях риска [64]. Рассмотрим данное следствие на конкретном примере. Предположим, что существует некое лицо - управляющий, который должен вынести итоговое решение [45]. Он должен предпочесть одну из m стратегий $(S_1, S_2, ..., S_m)$, результатами которых служит лотерея L_i, т.е.:

$$L_i = (p_1', x_i^1; p_2', x_i^2; ...; p_m', x_i^m, i = 1, 2, ..., m.) \qquad (1.1.2)$$

где p_r' - вероятность выигрыша x_i^r в случае выбора стратегии S_i [62].

В этих условиях полезность лотереи L_i рассчитывается согласно следующему равенству:

$$U(L_i) = \sum_{r=1}^{m} p_r' U(x_i^r). \qquad (1.1.3)$$

Таким образом, выбранный управляющий при вынесении итогового решения выберет стратегию, характеризующуюся максимальной ожидаемой полезностью [45] $\max_{S_i} U(L_i) = \max_{S_i} \sum_{r=1}^{r} p_r^2 U(x_i^2).$

Выдвинем гипотезу о существовании трех стратегий, каждая из которых характеризуется вероятностями выигрыша одной из двух альтернатив, т.е. m=3, S=2. В этом случае оптимальная стратегия – это самый большой элемент главной диагонали следующей матрицы:

$$\begin{pmatrix} U(x_1^1) & U(x_1^2) \\ U(x_2^1) & U(x_2^2) \\ U(x_3^1) & U(x_3^2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_1^1 & p_1^2 & p_1^3 \\ p_2^1 & p_2^2 & p_2^3 \end{pmatrix} \qquad (1.1.4)$$

где матрица полезностей – это платежная матрица, а вторая матрица представлена вероятностями [52].

Нельзя забывать, что поведение приобретающего лица – управляющего не всегда бывает рациональным. Если действия управляющего иррациональны, то положения теории рациональности приобретателя при вынесении итогового решения в условиях риска неактуальны.

Говоря о теории ожидаемой полезности, нельзя не упомянуть функцию полезности как ее главный элемент [45]. Функция полезности имеет следующую миссию: дает возможность количественно измерить удовлетворенность управляющего как приобретающего лица [61].

Дадим научное определение функции полезности. Введем в условие совокупность x_1, x_2, ..., x_N, которая дает количественную характеристику. Тогда функция полезности - это потребность, которую управляющий как приобретающее лицо хочет удовлетворить, обозначаемая буквой U и определяемая согласно следующему равенству $U=(x_1, x_2, ..., x_N)$ [125].

Заметим, что существует множество типов функций полезности, характеризующих поведение управляющего лица как приобретателя: рациональность и иррациональность действий, склонность и избежание риска и т.д., влияющих на вынесение итогового решения. Поэтому проблема определения типа функции полезности является столь злободневной.

Рассмотрим процедуру определения типа функции полезности в общей форме. Выдвинем гипотезу о том, что X - множество точек $x = (x_1, x_2, ..., x_N)$ пространства E_N [45]. Тогда процесс определения типа функции полезности включает следующие этапы:

Этап 1. Определение итоговой цели. Наиболее часто встречаемыми целями, безусловно, служат: получение прибыли и сокращение расходов.

Этап 2. Отбираются варианты достижения поставленной в первой этапе цели. Иначе эти варианты называются альтернативами.

Этап 3. Анализ ожидаемых (потенциальных) результатов и выбранной альтернативы [141].

Можно отметить, что при выборе функции полезности учитываются и играют первостепенное значение следующие характеристики: рациональность поведения инвестора, уровни риска и чувствительности.

Тогда функцию полезности можно определить из следующего равносильного соотношения:

$$B^{U+1} - b = x \qquad (1.1.5)$$

где b – используемые денежные средства, ценность которых определяется самими инвесторами [116].

Нельзя не заметить, что процесс построения инвестиционного портфеля – это сложно решаемый актуальный вопрос.

Один из параметров функции полезности вкладчик выбирает сам, исходя их общеизвестного на фондовой бирже правила: чем выше уровень ожидаемой доходности, тем выше уровень риска. Опишем основные принципы отбора стратегии, которые должен знать и учитывать любой вкладчик при принятии решения для поиска оптимального портфеля ценных бумаг. Для этого изобразим достижимое множество, состоящее из всех портфелей ценных бумаг, которые можно сформировать из *n* типов ценных бумаг [99]. Это достижимое множество представлено на рис. 1.1.1.

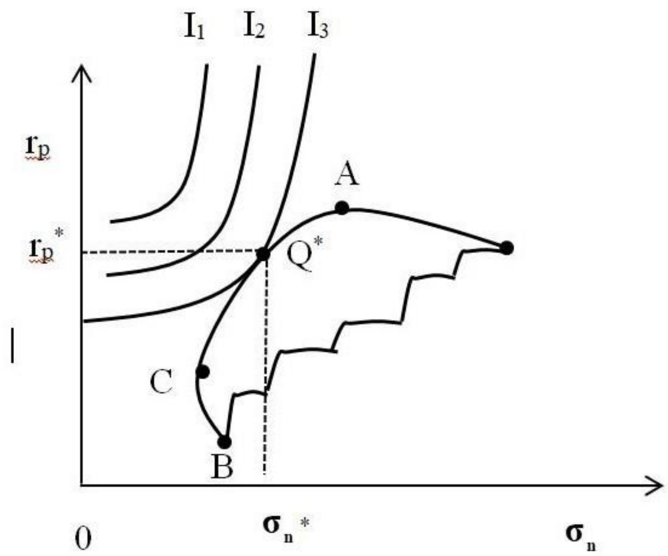

Рисунок 1.1.1 – Достижимое множество портфелей ценных бумаг

На основе представленного рисунка можно заключить, что множество портфелей ценных бумаг с наименьшим риском расположено в левой части границы достижимого множества между точками A и B. Таким образом, самыми желанными с инвестиционной точки зрения будут портфели, лежащие на верхней и левой границе достижимого множества [7]. В этих условиях множество инвестиционных портфелей, наиболее привлекательное для инвестора, находится на участке АС. Это множество носит название множество Парето (эффективное множество портфелей) [46]. Как раз на нем вкладчику следует подбирать оптимальный портфель ценных бумаг [2].

Тогда при осуществлении отбора оптимального инвестиционного портфеля вкладчик должен соотносить линии безразличия с эффективным множеством [86]. Результатом этого процесса послужит оптимальный портфель ценных бумаг, на котором имеется точка, в которой кривая безразличия касается эффективного множества (портфель Q^* на кривой безразличия I_3) [40].

Заметим, что оптимальный инвестиционный портфель Q^* существенно зависит от формы линий безразличия [67]. Поэтому необходимо отметить, что существует два главных семейства линий безразличия: семейство линий Q и семейство линий W, изображенных на рис. 1.1.2.

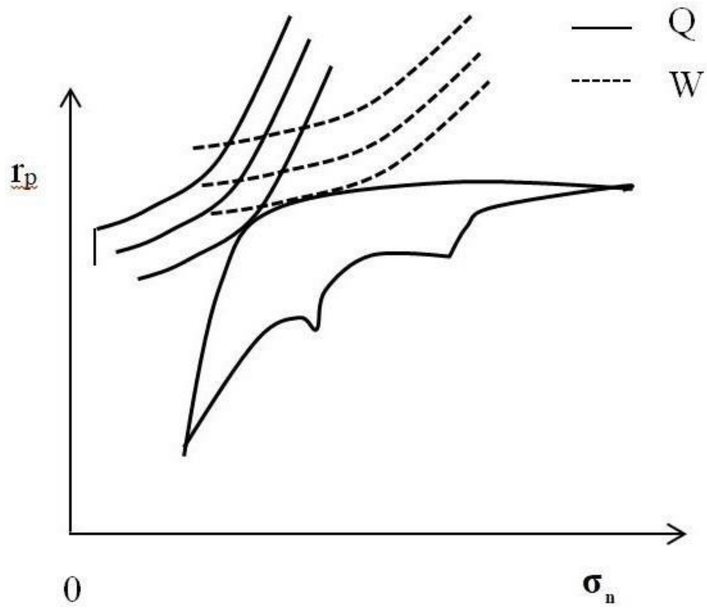

Рисунок 1.1.2 – Формы линий безразличия

Поясним каждое из упомянутых выше семейств линий безразличия. Семейство линий Q обладает меньшей выпуклостью вниз, показывающей, что инвестор склонен к меньшему риску с более низким уровнем ожидаемой доходности [50]. При этом семейство линий W, напротив, обладает большей выпуклостью вниз, демонстрирующей, что вкладчик предпочтет больший риск с более высоким уровнем ожидаемой доходности (полезность Неймана – Моргенштерна) [45].

Таким образом, в теории ожидаемой полезности лейтмотивом является проблема рациональности поведения приобретающего лица – управляющего, инвестора и т.д. Считается, что именно рациональные в своем поведении вкладчики осуществляют свою деятельность на фондовой бирже, руководствуясь теорией ожидаемой полезности [49]. Исходя из этого, модели оптимизации портфельных решений должны содержать принципы ожидаемой полезности, характерные для классических моделей портфелей ценных бумаг. Недостаточное разнообразие типов функций полезности, подробно рассмотренных выше, дает возможность прийти к выводу, что потенциал теории ожидаемой полезности раскрыт в неполном объеме. В первую очередь, данное умозаключение распространяется на вероятностное описание рыночных ситуаций, в которых преимущественно функционирует вкладчик [57]. Именно этому вопросу посвящено наше исследование.

Текст данного параграфа изложен в статье Добриной М.В. Функции полезности и их применение в моделировании портфельных решений. — Современная экономика: проблемы и решения, 2017. — Выпуск № 8 (92). — Статья входит в перечень ВАК, с. 64-76. (№ 45 в списке литературы диссертации)

1.2 Оценка и интерпретация рисков на фондовом рынке: основные подходы

Общеизвестно, что мы живем в эпоху рыночных отношений, а, для рынка свойственны такие характеристики, как риск и неопределенность. Следовательно, чтобы быть успешным, необходимо овладеть навыками искусного управления риском и неопределенностью. Поэтому в настоящее время обрели бешеную популярность рискология и риск-менеджмент как методологии, внедряемые в практическую деятельность организаций. Данная тенденция наблюдается в различных сферах, но в первую очередь в инвестиционной [146].

К тому же, многие экономические агенты сейчас испытывают повышенную потребность в сохранении свободных денежных средств, ввиду неустойчивости экономических условий [142]. При этом существует множество различных способов сохранения свободных денежных средств, наиболее популярным из которых является открытие денежных вкладов – депозитов [143]. Хотя этот метод дает возможность только сохранить денежные средства от инфляции, а не получить прибыль.

Заметим, что при выборе самой инвестиционно привлекательной сферы или метода сохранения свободных денежных средств экономический субъект руководствуется, в первую очередь, наиболее важным фактором принятия итогового инвестиционного решения - совокупным риском рассматриваемой операции [3]. Иными словами, экономический агент должен тщательно рассмотреть все возможные варианты сохранения свободных денежных средств, оценить их и провести их компаративный анализ.

Нельзя не отметить, что вклады в ценные бумаги можно по праву считать одним из самых безрисковых инвестиционных методов в сопоставлении с другими альтернативами. Данный способ заключается в формировании портфеля ценных бумаг с оптимальной доходностью и риском, чему, безусловно, необходимо обучиться.

Различным как иностранным, так и российским исследователям к данному моменту времени удалось получить немало способов оценки рисков портфеля ценных бумаг. Данные методы характеризуются определенными достоинствами и недостатками, имеют сходства и различия.

Первопроходцем в анализе этого вопроса стал Найт с его трудом «Риск, неопределенность и прибыль» [66], затем к нему присоединились Кейнс с его термином «склонность к риску» [122], а также О. Моргенштейн и Дж. Нейман с рассмотрением корреляции между неопределенностью и риском [60]. Но нельзя проигнорировать вклад модели Марковица в систематизацию теории и практические рекомендации по управлению риском [130]. Несмотря на то, что сейчас опубликовано немало результатов научных исследований по этой проблеме, оценка рисков на фондовой бирже продолжает быть актуальным вопросом.

Известно, что двумя наиболее важными показателями, которые оцениваются при построении портфеля ценных бумаг, служат риск и доходность портфельных инвестиций [31]. В связи с этим, рассмотрим подробнее понятия риска и доходности портфеля ценных бумаг.

Риск применительно к инвестициям – это потенциальная вероятность колебания доходности произведенных вкладов относительно ее ожидаемых величин в условиях неопределенности [8]. При этом риски портфеля ценных бумаг – это вероятность возникновения событий, характеризующихся финансовыми потерями вкладчиков, как результат осуществления инвестиций в портфель ценных бумаг и выполнения операций по привлечению денежных средств для построения такого портфеля [74]. Следовательно, риск - своего рода мера колебаний цены вокруг стандартного отклонения [30].

Доходность же, в свою очередь — это векторная величина, показывающая общую тенденцию колебания цены рассматриваемой ценной бумаги или всего портфеля и рассчитываемая на основе архива котировок [37].

Следует напомнить, что инвестиционный портфель включает в себя совокупность ценных бумаг в конкретном объеме и с определенными характеристиками, в том числе, что первостепенно, риска и доходности [37]. Самым популярным примером модели портфеля ценных бумаг служит упомянутая выше модель Марковица, в основе которой, как раз-таки, лежат риск и доходность, а также оценка их оптимального соотношения.

Модель Марковица можно считать математически несложной. Она представляется в следующем виде:

$$\begin{gathered} w'\sum w \to \min \\ w'r = \mu \\ w'i = 1, \end{gathered} \tag{1.2.1}$$

где $\sum$ – ковариационная матрица доходностей ценных бумаг;

w – вектор, характеризующий состав инвестиционного портфеля;

i – вектор, все компоненты которого равны единице [129].

Рассмотренная модель описывает случай минимизации риска при выбранной доходности. Существует еще модель Марковица, направленная на максимизацию доходности при заданном уровне риска [131], но в рамках данного исследования нам интересен именно минимальный риск [38].

Модель Марковица, направленная на минимизацию риска при заданном уровне доходности дала результаты, послужившие толчком к совершенствованию теории риска. Рассмотрим подробнее эти два результата.

Первый результат заключается в обосновании необходимости диверсификации [1]. Этот вывод можно подтвердить несложной формулой, демонстрирующей то, что риск всего инвестиционного портфеля, состоящего из двух ценных бумаг, может быть меньше суммы рисков отдельных ценных бумаг, входящих в состав инвестиционного портфель [39], т.е.:

$$\mathrm{E}[(w_1 r_1 + w_2 r_2 - w_1 \bar{r}_1 - w_2 \bar{r}_2)^2] = w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + w_1 w_2 \sigma_{12} \qquad (1.2.2)$$

Второй же результат состоит в подтверждении корреляции между доходностью и риском. Наглядно данную взаимосвязь продемонстрируем путем построения кривой фронта эффективных портфелей (рис. 1.2.1).

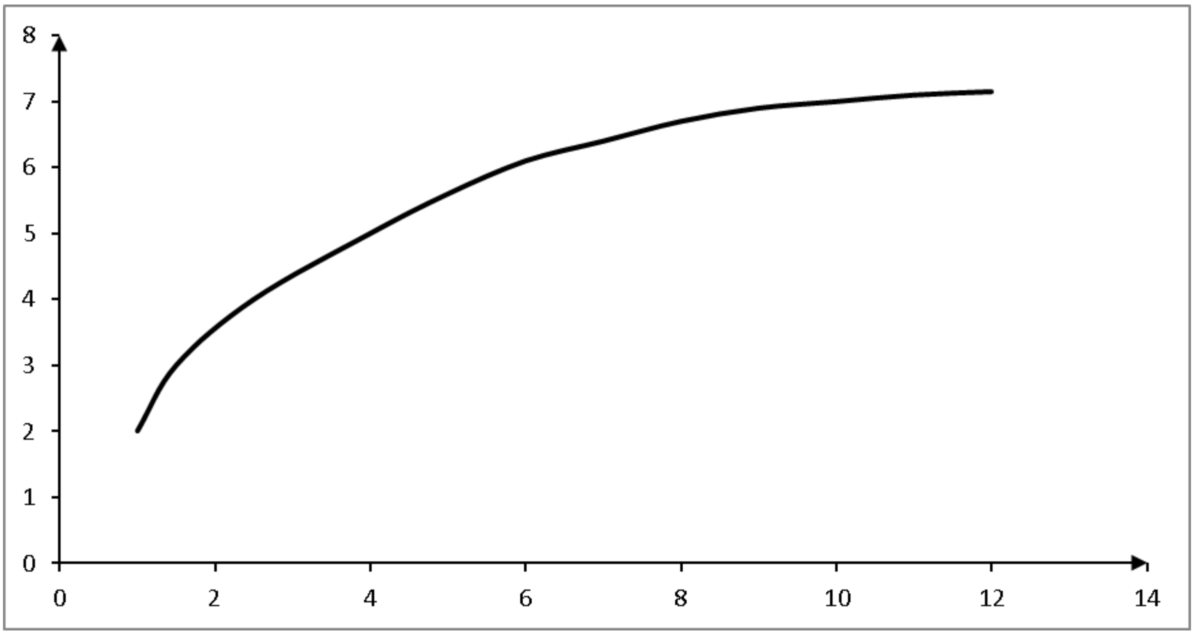

Рисунок 1.2.1 – Кривая фронта эффективных портфелей

На основе выше представленной кривой фронта эффективных портфелей можно прийти к следующему заключению: с повышением ожидаемой доходности растет риск, возникший в результате покупки определенных финансовых инструментов, включаемых в портфель [32].

Данный вывод послужил прецедентом, на котором впоследствии строилась вся работа фондового рынка и различные исследования в этой сфере.

Оба рассмотренных результата моделирования процессов формирования доходности на фондовом рынке послужили базой новейшего риск-менеджмента.

Перейдем к описанию других, более комплексных подходов к оценке рисков на фондовой бирже.

Процедура определения уровня рисков ценных бумаг и всего портфеля в целом основывается на предположении о том, что ожидаемая доходность ценных бумаг представляет из себя случайное значение, характеризующееся законами нормального (Гауссовского) распределения [127]. Тогда мерой риска будет служить распределение вероятностей случайных величин доходности на конкретном промежутке времени [4].

При этом нельзя исключать взаимовлияние ценных бумаг на доходности друг друга. Данный эмпирически полученный вывод необходимо учитывать при расчете совокупного риска инвестиционного портфеля, т.е. прямолинейной оценки риска каждой ценной бумаги будет недостаточно [37].

Это умозаключение послужило толчком к формированию методов оценки рисков портфеля ценных бумаг. Данная методика носит название «Value-at-Risk» [58] (от англ. — «мера риска»). К настоящему моменту времени вошла в научный обиход аббревиатура VaR, являющаяся сокращенным названием методики «Value-at-Risk» [53]. Данная методика была представлена в 80-е гг. XX века работниками банка J.P.Morgan.

Методика VaR является инструментом оценки потенциальных потерь при вложении денежных средств в ценные бумаги [13]. Описанный выше прецедент финансовой биржи, согласно которому с повышением ожидаемой доходности растет риск, возникший в результате покупки определенных финансовых инструментов, включаемых в портфель, актуален и для методики оценки рисков VaR [48].

Для большего понимания смысла и роли VaR хотелось бы выделить его основные преимущества и недостатки.

Среди основных достоинств VaR следует выделить:

- возможность расчета резервного инвестиционного портфеля, так как риски определяются потерями, вероятности наступления которых также поддаются оценке [51];

- возможность оценки рисков на фондовых биржах с различной конъюнктурой [111], ввиду универсальности методики;

- возможность расчета общего риска инвестиционного портфеля путем применения процедуры агрегирования рисков [91].

Методика VaR не лишена недостатков, к которым относятся:

- отсутствует возможность расчета денежных потерь для вкладчика в случае низкой вероятности наступления событий [59];

- отсутствует возможность оперативной оценки взаимосвязи между ценными бумагами при неожиданной смене рыночных условий, свойственной для экономики Российской Федерации [117];

- отсутствует субаддитивность, являющаяся отношениями, для которых нехарактерно делать вывод о целом по его структурным элементам, при этом «целое больше суммы его частей») [55].

Следующим этапом развития инстументария оценки рисков портфелей ценных бумаг стали опубликованные в конце 90-х гг. XX века работы П. Артцнера и Ф. Делбайна [89]. Эти исследователи ввели в научный лексикон новый термин «когерентность» рисков. Под когерентностью, по мнению авторов, понимается корреляция между рыночными условиями [112]. Также П. Артцнеру и Ф. Делбайну удалось развить методику VaR и получить ее модификацию, которая была названа Conditional Value at Risk, общепринятым сокращенным названием которой является CvaR [16].

Методика оценки рисков CVaR, как и любая другая методика, обладает определенными достоинствами и недостатками. Выделим главные из них.

К основному достоинству CVaR относится:

- возможность расчета значительных денежных потерь, вероятность которых ничтожно мала [95].

При этом основном недостатком CVaR поправу следует считать:

- отсутствие возможности оценки рисков во времени (дается лишь текущая оценка) [78].

Перейдем к следующей методике оценки рисков портфеля ценных бумаг, разработанной исследователями Р.Т. Рокафеллом, С. Юнязевым, М. Забаранкиным и именуемой Conditional Drawdown-at-Risk [37]. Сокращением данного названия служит аббревиатура CDaR. Данная методика оценки рисков схожа с CVaR, но между ними имеется принципиальная разница – если CDaR описывает общие потери, то CVaR определяет процент этих потерь от общей стоимости инвестиционного портфеля [42].

Следует напомнить, что определенные известные модели портфелей ценных бумаг эффективно используются в риск-менеджменте, в том числе и на фондовом рынке [70]. Опишем подробнее этот процесс.

Здесь следует упомянуть модель Тобина, в структуре которой находится безрисковая ценная бумага с перманентным уровнем доходности r_f, которая стала полезной для развития теории риска [150, 151].

Модель Тобина представляется следующим образом:

$$\begin{gathered} w'\sum w \to \min \\ w_0 r_f + w' r = \mu \\ w' i = 1. \end{gathered} \tag{1.2.2}$$

Из модели Тобина вытекает теорема отделимости, согласно которой вкладчик делит свои денежные средства на две составные части [148]. Первая часть денежных средств направляется в реальную экономику, в то время как вторая часть инвестируется в рисковые ценные бумаги [113]. Итоговым решением модели Тобина служит точка, в которой денежные средства дробятся на две части. Теорему отделимости считают одним из способов осуществления диверсификации [26, 27].

Далее перейдем к рассмотрению модели, характеризующей отношение вкладчика к риску с применением параметра τ. Эта модель также способствовала развитию теории риска [81]. Она представляется следующим образом:

$$\tau w'r - w'\sum w \to \min \tag{1.2.3}$$

$$w'i = 1.$$

Заметим, что на основе модели Тобина был получен инвестиционный портфель из двух структурных элементов [151]. Первым структурным элементом служит портфель ценным бумаг с минимальным уровнем риска из всех эффективных инвестиционных портфелей [34]. Вторым же структурным элементом выступает самофинансируемый портфель ценных бумаг, включающий в себя приобретение одних ценных бумаг путем реализации других ценных бумаг с целью извлечения максимальной прибыли [35]. Таким образом, итоговый инвестиционный портфель можно представить следующим образом [153]:

.

$$w = w_{\min} + \tau w_{\max} \tag{1.2.4}$$

При этом самофинансируемый портфель ценных бумаг является структурным элементом теоремы отделимости Тобина, согласно которой часть денежных средств, инвестированных в рисковые ценные бумаги, должна быть самофинансируемой [65].

Проанализированные выше модели являются эффективным инструментом оценки прошлого, дающим возможность выявлять закономерности, которые можно применять в процессе осуществления управления риском. При этом использование данных моделей для оценки перспектив, прогноза бесполезно [22].

Перейдем к анализу другой, отличной от вышерассмотренных моделей. Ей послужит модель Шарпа, по которой доходность определенной ценной бумаги определяется в соответствии с формулой:

, $$r_k = \alpha_k + \beta_k r_{\mathrm{I}} + \varepsilon_k \qquad (1.2.5)$$

где r_k – доходность k – й ценной бумаги;

r_{I} – доходность рыночного индекса;

α_k, β_k – коэффициенты регрессионной модели;

ε_k – случайная величина, математическое ожидание которой равно нулю [145].

С применением модели Шарпа можно описать как прошлое, так и будущее с определенной точностью. В этом состоит основное достоинство модели Шарпа как инструмента оценки рисков инвестиционного портфеля [82].

Помимо этого, в модели Шарпа имеется возможность структурирования риска ценной бумаги, он делится на две структурные единицы: генерируемый самой ценной бумагой элемент σ_{ε}^2 и генерируемый рынком элемент $\beta^2\sigma_{\mathrm{I}}^2$ [145].

Отметим, что модель Шарпа записывается в более сложной форме, чем модель Марковица:

$$w'_{n+1}\sum\nolimits_d w_{n+1} \to \min$$

$$w'_{n+1}\alpha = \mu \qquad (1.2.6)$$

$$w'i = 1.$$

$$w'_{n+1}\beta = w_{n+1}.$$

где w'_{n+1}=(w_1,...,w_n, w_{n+1}) - вектор, компоненты которого описывают состав расширенного инвестиционного портфеля;

w' =(w_1,...,w_n,) - вектор, компоненты которого описывают состав инвестиционного портфеля;

α' =(α_1,...,α_{n+1}) - вектор параметров;

i – вектор, все компоненты которого равны единице;

β' =(β_1,..., β_{n+1}) - вектор параметров;

$\sum_d$ - диагональная матрица, на дополнительной диагонали которой расположены остаточные дисперсии выбранных активов и дисперсия рыночного портфеля (индекса) σ_m^2 [82].

Основной заслугой модели Шарпа для теории риска служит рассмотренная ранее возможность структурирования риска, других элементов новизны для теории риска данная модель не дала. Другим немаловажным инновационным достижением модели Шарпа является внедрение в научный обиход термина «портфельная бета» [82, 145], но в управлении рисками этот термин пока не нашел применения.

На основе множества вышеописанных методик оценки рисков инвестиционных портфелей можно заключить, что эта задача является достаточно популярной, актуальной и развитой.

В этой связи, очень важным служит вопрос отбора самой уместной для определенных условий методики, что является настоящим искусством, поэтому здесь главенствующую роль играют профессиональные качества управляющего этим процессом или вкладчика, который должен принять меры для минимизации имеющегося уровня риска [104].

Перейдем к рассмотрению главных методов сокращения уровня рисков на фондовом рынке.

Нельзя забывать, что необходимо осуществлять перманентный мониторинг эффективности инвестиций [37], что является самым эффективным методом минимизация уровня рисков инвестиционного портфеля.

На первом этапе следует идентифицировать риск, а уже после этого решать сложную проблему выбора наиболее подходящего метода минимизации уровня рисков на фондовой бирже [37].

Сконцентрируем внимание на двух видах риска – несистематическом и систематическом.

В случае, если риск оказался несистематическим, то рекомендуется использовать следующие методы сокращения его уровня: отбор «качественных» ценных бумаг для инвестиционного портфеля и диверсификация портфельных рисков [103]. Под диверсификацией понимается принятие решения об инвестировании денежных средств не в один вид ценной бумаги (ценные бумаги одного эмитента), а в несколько видов ценных бумаг (ценные бумаги разных эмитентов) [71].

Если же риск систематический, то инвестиционный портфель необходимо строить из перманентных к изменениям конъюнктуры фондового рынка ценных бумаг. К таким ценным бумагам следует отнести: облигации крупных и надежных организаций, государственные облигации и другие. [37]

Стоит упомянуть, что в качестве метода оценки систематического (рыночного) риска могут применяться β коэффициенты [37]. Впервые это было предложено Гарри Марковицем. В то время β коэффициенты назывались иначе - индексы не диверсифицируемого риска и рассчитывались в предположении о линейной корреляции между уровнем доходности выбранной ценной бумаги и средним уровнем прибыли на фондовом рынке [137].

Рассмотрим формулу расчета β коэффициента:

$$\beta = \frac{\sum_{i=1}^{n}(k_i - \hat{k}) * (p_i - \hat{p})}{\sum_{i=1}^{n}(p_i - \hat{p})^2} \qquad (1.2.7)$$

где k_i – прибыль исследуемой ценной бумаги в i-ом периоде;

$\hat{k}$ - среднее значение прибыли выбранной ценной бумаги;

p_i – общая прибыль инвестиционного портфеля за взятый i-ый период;

$\hat{p}$ - среднее значение прибыли инвестиционного портфеля;

n – объем выборки [93].

Следует подчеркнуть, что для общего рыночного инвестиционного портфеля β коэффициент равен единице. В таком случае, если ценные бумаги характеризуются β>1, то они увеличивают риск инвестиционного портфеля, а значит их необходимо убрать из него путем продажи. Если же ценные бумаги имеют β<1, то они уменьшают риск инвестиционного портфеля, то есть их удельный вес в инвестиционном портфеле стоит увеличить [37].

Перечислим другие популярные методы сокращения уровня рисков инвестиционного портфеля:

- самострахование [83];
- страхование операций с ценными бумагами;
- хеджирование [84];
- операции СВОП (от англ. Swap – менять(ся)) [88];
- уклонение от риска;
- лимитирование концентрации риска [96].

Итак, ключевой слабой стороной моделей оценки рисков портфеля ценных бумаг служит то, что их использование возможно лишь для конкретного портфеля ценных бумаг в сравнении с моделями оптимизации инвестиционного портфеля [37]. С помощью моделей оптимизации инвестиционного портфеля можно оценить эффективность соотношения выбранных ценных бумаг в построенном инвестиционном портфеле [80], что имеет прикладное значение при решении поставленных управленческих проблем [36].

Главным вопросом в управлении рисками на фондовой бирже сейчас является разработка пакета программного обеспечения, с помощью которого можно принимать эффективные решения на основе итоговой оценки рисков инвестиционного портфеля [41].

Стоит подчеркнуть, что большинство описанных в этом параграфе подходов разработаны иностранными исследователями, осуществляющими свою деятельность в условиях развитой фондовой биржи, характеризующейся завидным постоянством в сравнении с реалиями российского фондового рынка [37]. В этой связи, необходимо адаптировать иностранные методы к условиям развивающегося рынка ценных бумаг России.

Также нельзя забывать о том, что риск является нормальным условием работы фондовой биржи, посему вкладчик должен не опасаться возникшего уровня риска, а уметь его минимизировать с помощью эффективного управления, мониторинга, оценки и прогнозирования рисков инвестиционного портфеля [75].

Основные положения данного параграфа опубликованы в статье Добриной М.В. Оценка и интерпретация рисков на фондовом рынке: основные подходы. — Современная экономика: проблемы и решения, 2019. — Выпуск № 2 (110). — Статья входит в перечень ВАК, с. 30-40. (№37 в списке литературы диссертации)

1.3 Гипотезы теории инвестиционных решений на рынке ценных бумаг

Активное использование и массовое распространение математических подходов, основанных на вероятностях, к анализу рынков ценных бумаг пришлось на начало XX века.

В этот период четко обозначились следующие основные гипотезы, описывающие процесс принятия инвестиционных решений на фондовой бирже: гипотеза эффективного рынка и гипотеза фрактального рынка [9]. Дадим характеристику каждой из этих гипотез.

Начнем с труда французского ученого Луи Башелье, который в 1900 году использовал теорию вероятностей и методы математической статистики [21] при исследовании некоторых ценных бумаг на фондовой бирже. Основной сильной стороной его труда стал полученный вывод о том, что процесс случайного блуждания является броуновским движением. Стоит отметить, что данное умозаключение было впоследствии подтверждено Альбертом Эйнштейном примерно через 5 лет. Посему очевидно, что результаты исследования Башелье были настоящей научной революцией того времени, но не были удостоены особого внимания. Зато спустя время основные итоги трудов Башелье послужили основой портфельной теории Гарри Марковица, модели оценки капитальных активов Уильяма Шарпа и арбитражной портфельная теория Росса-Ролла, модели ценообразования опционов (Блэка-Шоулса, Кокса-Росса-Рубинштейна, Кармена-Кохлагена) [97]. Также Башелье впервые сформулировал теорию случайных блужданий.

Согласно теории случайных блужданий (random walk theory) динамика фондовых рынков выглядит как случайные блуждания. Изменения цены ничем не обоснованы и хаотичны, знание истории не может помочь спрогнозировать тренд. Цена совершает колебания вокруг объективной цены, их изменение во времени непредсказуемо и описывает траекторию случайного движения [100]. На основе этой теории была сформулирована гипотеза эффективного рынка (от англ. Efficient market hypothesis (сокращено EMH)).

Нельзя не подчеркнуть, что гипотеза эффективного рынка является наиболее распространенной и важной для теории и практики анализа на рынке ценных бумаг [47]. Она пытается объяснять статистическую структуру рынков.

Любая новость служит резким толчком к колебаниям цен на эффективном рынке ценных бумаг. При этом гипотеза эффективного рынка зиждется на вере в рациональное поведение вкладчиков и равномерное распределение информации между участниками фондового рынка. Также для гипотезы эффективного рынка характерно отсутствие арбитражных возможностей.

Заметим, что логарифмическая доходность ценных бумаг на фондовой бирже соответствует гауссовскому закону. К тому же, согласно гипотезе эффективного рынка стоимость ценной бумаги приравнивается к ее инвестиционной стоимости.

Перейдем к рассмотрению основных форм эффективности фондового рынка, представленных на рис. 1.3.1:

1. *Слабая эффективность фондовой биржи.* Текущие цены определяются на основе информации о ценах в прошлом. Тогда нет острой необходимости в построении прогнозной модели по причине того, что цены недостаточно реагируют на рыночную информацию и изменяются под ее воздействием [105].

2. Средняя (полустрогая) эффективность фондовой биржи. Текущие цены определяются всей доступной информацией, кроме внутренней организационной информации.

3. Сильная (строгая) эффективность фондовой биржи. Текущие цены рассчитываются на базе всей информации, включая инсайдерскую [138].

Рисунок 1.3.1 – Основные формы эффективности фондового рынка

Чаще всего, при проведении статистического анализа под эффективным рынком подразумевают вторую форму эффективности фондового рынка, т.е. среднюю (полустрогую) форму. Иными словами, эффективный рынок ценных бумаг будет характеризоваться тем, что актуальные цены и доходности ценных бумаг изменяются под влиянием всей информации, которой обладают участники фондовой биржи, за исключением внутренней информации об организациях.

Тогда предложим следующие гипотезы:

1. Доступность информации для всех участников фондового рынка.
2. Разумность вложений в проводимые операции.
3. Равенство условий для всех участников фондового рынка.
4. Оценка ценных бумаг на фондовой бирже по какой-нибудь модели ценообразования, например, CAPM [32] и APT.
5. Динамичное изменение цен на ценные бумаги при распространении новой информации.
6. Эквивалентная интерпретация информации вкладчиками при прогнозировании доходностей ценных бумаг. Это означает возможность возникновения неожиданных прогнозных просчетов по доступной на момент прогноза информации [152], а, как итог появления прибыли или потерь. Следовательно, в данных условиях вкладчики не имеют возможности постоянного получения положительной прибыли.

При тестировании гипотезы эффективного рынка предполагается, что доходности ценных бумаг описываются какой-нибудь моделью ценообразования. В таком случае, отклонение гипотезы эффективного рынка подразумевает, что или рынок не эффективен, или равновесная модель интерпретирована неправильно. Таким образом, заключим, что нельзя однозначно отклонять гипотезу эффективного рынка по итогам проведенного тестирования.

Отметим, что при этом *объединенная гипотеза (от англ. joint hypothesis)* характеризует некую универсальность: эмпирическое тестирование эффективности рынка также служит проверкой применяемой модели ценообразования.

Гипотеза эффективного рынка строится на том, что наиболее правильный прогноз цены ценной бумаги получается на основе актуальной цены S_t. Проще говоря, актуальная цена в полном объеме впитала в себя всю имеющуюся информацию, то есть колебание цены возможно только как результат поступления новой информации.

Тогда если $F_0 \subseteq F_1 \subseteq ... \subseteq F_t$ - поток доступной всем участникам фондового рынка информации. В этом случае цена ценной бумаги соответствует следующему мартингальному соотношению [20]:

$$E(S_{t+n} | F_t) = S_t, n = 1, 2, ... \quad (1.3.1)$$

Заметим, что тестирование гипотезы эффективного рынка заключается в проверке соответствия цен ценных бумаг случайному блужданию в кратковременном или долговременном промежутках времени. Эффективным инструментом такого контроля линейные временные ряды.

Если выдвинутое предположение не подтверждается, то выполняется исследование по выявлению потенциальных факторов, приведших к данной ситуации.

К факторам подобного рода следует отнести значительную автокорреляцию между ценами ценных бумаг, что характеризует возможность частичной прогнозируемости данных цен. В большинстве случаев при рассмотрении тактического периода времени наблюдается положительная автокорреляция, а при рассмотрении стратегического периода времени отрицательная [68]. В этих условиях предсказуемость цен на фондовом рынке опровергает гипотезу эффективного рынка.

Если наблюдается положительная автокорреляция между ценами на ценные бумаги, тогда можно сделать вывод о существовании кластеров по группам с небольшими или же существенными величинами [149]. Что смоделировать данные кластеры рекомендуется использовать нелинейные временные ряды, например, ARCH, GARCH и пр. [123].

Другие варианты тестирования гипотезы эффективного рынка заключаются в проверке динамичной и правильной реакции цен ценных бумаг на новую информацию. Для этой цели используется *метод event studies* [142], содержащий следующие этапы:

1. Идентификация события. Публичное анонсирование какого-нибудь события способствует колебанию цен и доходностей на рынке ценных бумаг. Такие колебания могут быть как положительными, так и отрицательными. На этом шаге обязательно определить, анонсирование какого события в определенный период времени стало причиной колебаний цен на фондовой бирже для того, чтобы определить скорость и направление реакции рынка ценных бумаг на него.

2. Вычисление конкретной даты анонсирования события T_1 *и интервала аналитического времени* $\left[T_0, T_2\right], T_0 < T_1 < T_2$. К примеру, необходимо проанализировать ценовую динамику на фондовом рынке в течение 30 дней, тогда следует провести исследование фондовой биржи за 10 дней до анонсирования события, день анонсирования события и 19 дней после его анонсирования [72].

3. Построение модели и вычисление ее основных характеристик. Предположим, что доходности ценных бумаг на фондовой бирже соответствуют модели CAPM [32], в этом случае следует определить параметры модели по следующим формулам:

$$y_t = \alpha + \beta x_t + \varepsilon_t, \tag{1.3.2}$$

где

$$y_t = (r_i(t) - r_f)_{i=1}^{N}, \tag{1.3.3}$$

$$x_t = r^m(t) - r_f. \tag{1.3.4}$$

Расчет производится по данным о доходности до анонсирования события, то есть для $T_0 \le t < T_1$.

4. Вычисление воздействия события на рынок ценных бумаг. С этой целью следует рассчитать так называемую *доходность сверх нормы* как разность между фактическим значением доходности и ее ожиданием [6]:

$$a_t = r_t - Er_t, T_0 \le t \le T_2.$$

При этом колебание доходности сверх ожидаемой нормы дает возможность понять, насколько динамично и правильно рынок ценных бумаг ответит на определенное событие (рис.1.3.2).

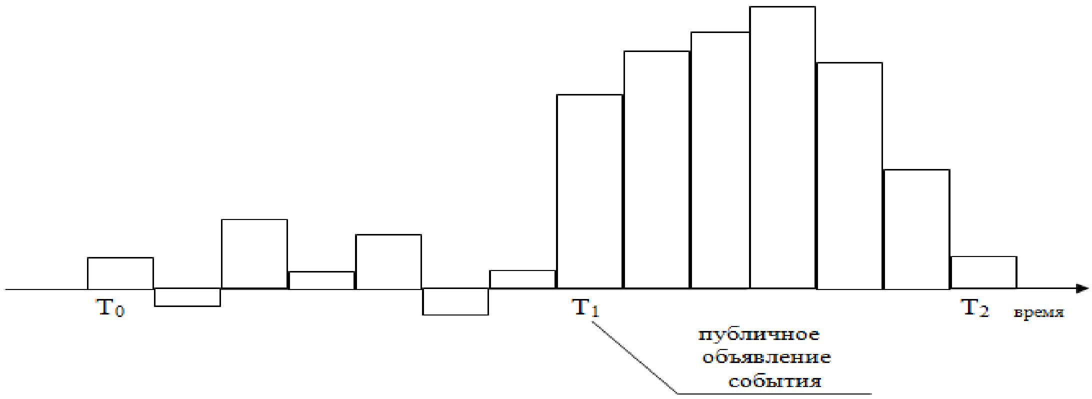

Рисунок 1.3.2 - Доходность сверх нормы

Сейчас гипотеза эффективного рынка активно критикуется по следующим основным причинам:

- согласно гипотезе эффективного рынка будущие цены не могут быть спрогнозированы по прошлым ценам;
- гипотеза эффективного рынка предполагает, что любая информация одинаково влияет на всех вкладчиков. Тогда новая информация привела бы к тому, что вкладчики стремились бы осуществлять операцию по одной цене, что противоречит рыночной ликвидности. Вкладчики абсолютно разнообразны во всем: своих целях, инвестиционных горизонтах и, как следствие, каждому необходима своя рыночная информация [104].

Заметим, что теория, посвященная гипотезе эффективного рынка, была усовершенствована для обеспечения возможности применения статистических инструментов, так как она не соответствовала имеющейся ситуации. К примеру, гипотеза эффективного рынка предполагает, что ценовые колебания характеризуются нормальным распределением [72]. В практической деятельности фондовой биржи наблюдается другая ситуация: имеется огромное количество существенных колебаний, направленных вверх и вниз, поэтому необходимо адаптировать нормальную кривую к этим распределениям [11]. Обычно такие значительные колебания считаются особыми событиями или «аномалиями». В итоге они игнорируются и перенормируются, а используется нормальное распределение. Поэтому ценовые колебания иногда называются «приблизительно нормальными». В этих условиях аналоги нормального распределения, к примеру, устойчивое распределение Парето [147], были отвергнуты несмотря на то, что они описывают наблюдаемые стоимости без модификаций, по причине того, что стандартный статистический анализ не мог использоваться при данных распределениях.

Подытожив вышеописанное, отметим, что гипотеза эффективного рынка была разработана для упрощения математического аппарата фондовой биржи. При этом гипотеза эффективного рынка полностью игнорирует ликвидность. Согласно гипотезе эффективного рынка цены всегда справедливы вне зависимости от ликвидности или, иными словами, всегда существует достаточно ликвидности. Именно поэтому, к сожалению, гипотеза эффективного рынка не может обосновать, например, крахи и панические бегства.

Следует подчеркнуть, что нельзя путать или даже приравнивать термины «устойчивый» и «эффективный» рынок. Устойчивый рынок отличается ликвидностью. При этом ликвидный рынок характеризуется тем, что его цены приближены к «справедливым» [85]. Здесь важной ремаркой является то, что не всегда рынки можно назвать ликвидными. В случае, если рынок нельзя назвать ликвидным, все его участники и вкладчики соглашаются на любую предложенную цену, не тратя время на требования «справедливой» рыночной цены.

Перейдем к рассмотрению другой рыночной гипотезы.

В начале 1990-ых годов была разработана новая парадигма - альтернативная к гипотезе эффективного рынка. Ей стала *гипотеза фрактального (дробного) рынка* (от англ. fractal market hypothesis, FMH) [69].

В 70-х гг. XX века Бенуа Мандельброт смог подтвердить, что распределение доходности ценных бумаг нельзя считать нормальным, так как полученный построенный график распределения плотности вероятности содержал высокий пик и тяжелые хвосты [128]. В итоге Мандельброт стал одним из первых исследователей, предложивших анализировать рынок как фрактальную структуру с применением теории фракталов [107]. Это послужило толчком к появлению гипотезы фрактального рынка.

Охарактеризуем в общем понятие фракталы. Уточним, что фракталы являются следствием геометрии Демиурга и наблюдаются везде во вселенной и при этом наделены важной ролью в структуре финансовых рынков. Они являются локально случайными, но глобально детерминированными [133].

Целью гипотезы фрактального рынка служит построение модели поведения вкладчиков и колебания рыночных цен по полученной выборке [54].

Основные предположения гипотезы фрактального рынка, выдвинутые Петерсом [69] следующие:

1. Инвесторы стремятся к получению ликвидности [134]. При этом ликвидность служит тем фактором, благодаря которому возникают финансовые рынки.

2. Ликвидность необходима по причине наличия на фондовой бирже инвесторов с разными горизонтами инвестирования [83].

3. Существование разных горизонтов инвестирования приводит к получению устойчивого и ликвидного рынка. Такой рынок называется фрактальным, так как он не реагирует на внезапные изменения, к примеру, скачки и обвалы и т.д. В этих условиях риск, который несет вкладчик, не коррелируется с длиной инвестиционного горизонта. Поэтому частотное распределение прибыли на различных инвестиционных горизонтах примерно идентично [83].

4. Все участники фондового рынка по-разному идентифицируют имеющуюся и обновленную информацию, исходя из соответствующего каждому

рыночному участнику инвестиционного горизонта. Заметим, что ответ вкладчика на новую информацию может быть нединамичным, а проявляться постепенно по мере получения и подтверждения сведений.

5. Цены, возникшие на фондовой бирже в конкретное время, являются итогом взаимодействия инвесторов на тактическом и стратегическом интервале времени [26]. В этих условиях высокочастотная ценовая составляющая описывается поведением инвесторов на тактическом горизонте инвестирования, а низкочастотный элемент - поведением вкладчиков с долгосрочным инвестиционным горизонтом.

6. Рыночная информация более активно распространяется на краткосрочный временной период в сравнении с долгосрочным временным периодом на фондовой бирже. При этом при наращении горизонтов инвестирования превалирует более долговременная фундаментальная информация.

7. Если на фондовой бирже возникает событие, которое позволяет усомниться в точности информации, то долгосрочные вкладчики приостанавливают свою рыночную деятельность или играют на рынке ценных бумаг, руководствуясь краткосрочной информацией. Заметим, что при уменьшении совокупного рыночного инвестиционного горизонта, то есть доведении его до однородности, рынок ценных бумаг доходит до неустойчивого состояния [83]. В этом случае отсутствуют долгосрочные вкладчики, которые могут способствовать увеличению устойчивости рынка ценных бумаг, оставляя ликвидность для краткосрочных вкладчиков.

8. Если выбранная ценная бумага никак не зависит от экономического цикла, то какой-либо долгосрочный тренд будет отсутствовать [98]. В этом случае будут превалировать ликвидность и краткосрочная информация.

Подчеркнем, что фрактальный рынок обладает следующим свойством – существованием арбитражных возможностей [62].

Если сопоставить обе рассматриваемые гипотезы - гипотезу фрактального рынка и гипотезу эффективного рынка, то можно заметить определенное отличие. Если гипотеза фрактального рынка направлена на анализ «содержательной» цены анализируемой ценной бумаги, то гипотеза эффективного рынка направлена на анализ итогов коллективной оценки цены финансового инструмента.

Важным свойством гипотезы фрактального рынка является то, что она дает возможность получить ответ на вопрос о наличии самоподобных статистических структур и определить, каким образом будет разделен риск между вкладчиками [107].

Отметим, что миссией фондовых рынков является получение устойчивой ликвидной инвестиционной среды. Все вкладчики стремятся к получению выгодной цены на рынке ценных бумаг, при этом она не обязана быть экономически «справедливой» ценой. Примером этого может служить приобретение ценных бумаг для покрытия обязательств по срочным сделкам. Данная операция довольно редко осуществляется по справедливой цене.

Фондовые рынки являются устойчивыми, если на них имеется множество вкладчиков с различными инвестиционными горизонтами [114]. Рассмотрим следующий случай: пятиминутный трейдер увлечен событием 6-сигма. В этих условиях вкладчик с более долгосрочным инвестиционным горизонтом должен появиться на рынке ценных бумаг, чтобы сделать его устойчивым. По этой причине инвесторы должны иметь равные риски согласно их горизонтам инвестирования. В этом случае общий риск дает возможность выявить факторы, на основе которых частотное распределение прибыли одинаково представляется на разных горизонтах инвестирования. Такая гипотеза носит название гипотеза *фрактального* рынка [54]. Причиной этому служит ее самоподобная статистическая структура.

Если фрактальная рыночная структура разрушается, то фондовые рынки переходят в неустойчивое состояние. Разрушение может возникнуть в случае, если долгосрочные вкладчики завершают свою инвестиционную деятельность на фондовой бирже или превращаются в краткосрочных вкладчиков [140].

Заключим, что фрактальная гипотеза гласит, что рынок является устойчивым, если он не обладает определенным временным масштабом или инвестиционным горизонтом [83]. Неустойчивость возникает в случае, если инвестиционный рынок лишается своей фрактальности и приобретает вполне определенный инвестиционный горизонт.

Основными инструментами гипотезы фрактального рынка являются фрактальная геометрия и теория хаотических систем [107].

Здесь важным моментом является тот факт, что инвесторы по-разному реагируют на полученную информацию ввиду индивидуальных особенностей. Гипотеза фрактального рынка гласит, что ответ на предоставленную информацию выдается сгустками [61]. В случае, если вкладчики не реагируют на поступившую информацию до установления трендов, то могут появиться толстые хвосты [152]. Это подразумевает нелинейную реакцию на любую новую информацию. При этом нельзя забывать о влиянии прошлого на настоящее, что влечет за собой необоснованность гипотезы эффективного рынка. Ибо в гипотезе эффективного рынка наблюдается причинно-следственной связь между информацией и реакцией на нее.

Итак, заключим вышерассмотренное: гипотеза эффективного рынка не соответствует имеющейся рыночной конъюнктуре, что было подтверждено значительным объемом проведенных исследований и выпущенных на их основе работ. Этим обосновывается актуальность и уместность применения гипотезы фрактального рынка для осуществления моделирования процессов фондовой биржи.

2. ПОРТФЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ НА ОСНОВЕ ЭКОНОМЕТРИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ С ДИСКРЕТНОЙ ЗАВИСИМОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

2.1 Моделирование доходности в случайной среде бинарных ожиданий

Стоит отметить, что проблема создания новейших подходов к построению эффективного инвестиционного портфеля не теряет своей злободневности даже на протяжении внушительного промежутка времени. Эта тенденция объясняется определенным комплексом причин объективного и субъективного характера.

В качестве одной из причин следует выделить то, что известная предложенная модель Марковица все же в итоге не обрела статус самостоятельного независимого метода финансового управления. При этом нельзя не заметить ее практической значимости в процессе осуществления выбора инвестиционных, а также управленческих решений.

Среди другим причин следует особенно выделить множество инвестиционных возможностей, которое в свое время предложил Марковиц [43], описываемое такими характеристиками как доходность и риск. Заметим, что понятие множества инвестиционных возможностей является общеизвестным и, как правило, некритикуемым. Хотелось бы уточнить, что применение лишь доходности и риска блокирует демонстрацию фактической многомерности процессов, протекающих на фондовой бирже. В этих условиях исследователям приходится исключать определенные подходы, которые гипотетически могли бы расширить и обогатить теорию портфельного инвестирования. При все этом с другой стороны применение лишь двух показателей делает существенно проще процесс инвестиционного моделирования, способствую обеспечению формализации в описании имеющихся задач.

Впоследствии будет подразумеваться использование вероятностного подхода к представлению взаимодействия финансовых активов на фондовом рынке вместо предложенного Марковицем оптимизационного метода, базой которого служат детерминированные линейные зависимости.

С этой целью применяется вид регрессионных уравнений с дискретной зависимой переменной [19]. Такой подход значительно расширяет имеющиеся границы, а также приводит к росту степени адекватности моделирования в условиях неопределенности.

Уточним, что первым предложил модель построения оптимального портфеля ценных бумаг Марковиц.

Из формального описания, приведенного в первой главе, можно заключить, что данная модель представлена несложной задачей квадратичного программирования, содержащей линейные ограничения.

Многие убеждены в том, что стартом развития теории эффективного рынка стала конкретно эта модель, вышедшая в свет в 1952 году [130]. Позже после 1973 года основные практические рекомендации, предложенные по итогам анализа модели Марковица, стали использоваться при аргументировании инвестиционных решений [129, 131]. Этот процесс сопровождался внедрением диверсификации рисков в деятельность профессиональных вкладчиков, функционирующих на фондовой бирже [19].

В результате была обоснована и доказана имеющаяся связь между доходностью и риском. Это дало возможность для вкладчиков: они смогли на базе знаний о данной взаимосвязи значительно поднять уровень надежности принимаемых решений [15].

При этом имеющаяся модель описания оптимального инвестиционного портфеля не смогла повторить успех формулы Блэка-

Шоулза. По этой причине поиски эффективной версии данной модели не завершаются и по сей день. Итоги данных поисков можно назвать лишь частично эффективными. Несмотря на это, большая часть результатов проведенных исследований послужила важным элементом и этапом становления актуальной теории, используемой для описания инвестиционных портфелей [33].

Здесь хочется отметить вклад Тобина, анализирующего инвестиционный портфель с безрисковым активом [150, 151]. Модель Тобина является, на первый взгляд, незначительной модификацией инвестиционного портфеля Марковица, но при этом ее основным итогом служит теорема отделимости.

Полученный итог подарил доказательство того факта, что диверсификация может осуществляться, в том числе, и между инвестициями в производные финансовые инструменты. В результате были разработаны советы по ведению смешенного бизнеса, для которого определяется оптимальная пропорция между используемыми ресурсами финансовой и производственной сфер. Данный тип диверсификации актуален и для России [90].

Следующий результат, который был получен в теории портфельного инвестирования, связан с моделью, содержащей долю инновации для теории инвестиционного портфеля. В этой модели используется функция полезности. При этом функция полезности дает возможность учета субъективного взгляда вкладчика на риск путем использования дополнительной меры τ [19]. Затем выполняется поиск минимального значения функции полезности при нормирующем ограничении на элементы вектора, что приводит к формированию портфеля ценных бумаг, в состав которого входят два элемента [136]:

$$\mathbf{w} = \mathbf{w}_{\min} + \tau \mathbf{w}_c \,. \qquad (2.1.1)$$

В качестве первого элемента выступает портфель ценных бумаг, обладающий наименьшим уровнем риска в сопоставлении с другими существующими эффективными портфелями ценных бумаг. При этом вторым элементом служит самофинансируемый портфель ценных бумаг. Его специфика состоит в том, что имеется возможность приобретения одних ценных бумаг путем продажи других с целью получения максимального уровня доходности [115]. В таком случае результатом является портфель ценных бумаг, представляющий линейную комбинацию вышеперечисленных составляющих. Тогда часть самофинансируемого портфеля ценных бумаг, обладающая максимальным уровнем доходности, ограничивается характеристикой несклонности вкладчика нести риск [110].

Выше описанные модели служат базой для актуальной теории инвестирования в портфель ценных бумаг. Данные модели направлены на то, чтобы вкладчики осознавали важность портфельных решений в инвестиционной сфере. При этом практическое применение этих моделей для инвестирования в портфель ценных бумаг не предоставило достоверных результатов. Это объясняется тем, что данный модель – это инструмент формирования портфелей ценных бумаг упущенных возможностей [108]. Свои оптимальные свойства портфельные решения показывают лишь на данных, применяемых для их формирования. Очевидно, что данные модели дают результат лишь в случае, когда все закономерности прошлого находят повторение в будущем. Разумеется, что вероятность подобной ситуации стремится к нулю. При этом для подобного случая рекомендуется использовать способ, при котором модель формируется так, что фактические значения прошлого заменяются прогнозными оценками будущего. С этой целью необходимо выбрать модель, позволяющую адекватно интерпретировать процесс формирования доходности финансового актива на фондовом рынке. Данную возможность дает теория эконометрического моделирования. Именно этот аппарат и был применен для реализации этого метода. Наиболее подходящей для этого будет эконометрическая версия модели Линтнера-Шарпа [19]:

$$r_{it} = \alpha_i + \beta_i r_{It} + \varepsilon_{it}, \qquad (2.1.2)$$

где r_{it} – доходность i – й ценной бумаги в момент времени t;

r_{it} – доходность индекса в момент времени t;

α_i, β_i – коэффициенты регрессионного уравнения i- го актива;

ε_{it} – случайная составляющая регрессионного уравнения i- го актива.

Напомним, что У. Шарп первым сумел применить эту однофакторную регрессионную модель при моделировании портфельных решений [145].

Ему удалось построить довольно оригинальную модель оптимизации портфеля, которая от модели Марковица отличалась диагональной структурой ковариационной матрицы. Диагональная модель портфельного инвестирования, предложенная Шарпом, в матричном виде записывается следующим образом [82]:

$$\mathbf{w}'_{n+1}\mathbf{\Sigma}_d \mathbf{w}_{n+1} \longrightarrow \min \qquad (2.1.3)$$

$$\mathbf{w}'_{n+1}\boldsymbol{\alpha} = \mu \qquad (2.1.4)$$

$$\mathbf{w}'\mathbf{i} = 1 \qquad (2.1.5)$$

$$\mathbf{w}'\boldsymbol{\beta} = 1 \qquad (2.1.6)$$

где $\mathbf{\Sigma}_d$ – диагональная матрица с элементами остаточных дисперсий $\sigma^2_{\varepsilon_i}$ на дополнительной диагонали и дисперсий рыночного индекса σ^2_I в конце диагонали;

$\boldsymbol{\alpha}$, $\boldsymbol{\beta}$ – векторы коэффициентов регрессионной модели;

$\mathbf{w}_{n+1}$– вектор, первые n компонент которого определяют структуру инвестиционного портфеля, а последняя компонента называется «портфельной бетой», которая вычисляется как сумма произведений весовых коэффициентов портфеля ценных бумаг на бета коэффициенты

[15] выбранных ценных бумаг инвестиционного портфеля. Иными словами, формулу определения $\mathbf{w}_{n+1}$ можно представить следующим образом:

$$w_{n+1} = \sum_{i=1}^{n} w_i \beta_i \tag{2.1.7}$$

Предложив свою модель, У. Шарп существенно усилил возможности портфельного анализа. Этому послужил, в первую очередь, введенный термин «портфельная бета», которая, фактически, является инструментом оценки предпочтительности осуществляемых вкладов в инвестиционный портфель в сравнении с инвестициями в безрисковый актив. Обратимся к уравнению Линтнера-Шарпа, которое записывается следующим образом:

$$r_i = r_f + \beta_i (r_I - r_f) \tag{2.1.8}$$

Затем по аналогии с уравнением Линтнера-Шарпа представим уравнение для инвестиционного портфеля:

$$r_p = r_f + (\sum_{i=1}^{n} w_i \beta_i)(r_I - r_f) \tag{2.1.9}$$

Из выражения (2.1.9) можно заключить, что надбавка за риск при осуществлении вкладов в инвестиционный портфель пропорциональна «портфельной бете». При этом немаловажно, что значение «портфельной беты» является взвешенной величиной, которая меньше максимального значения этой надбавки за риск, но больше ее минимального значения [19]. В большинстве случаев, «портфельная бета» обладает более высокой устойчивостью, чем бета любой другой ценной бумаги инвестиционного портфеля [144]. Исходя из этого, инвестиции в портфель ценных бумаг будут предпочтительней инвестиций в какую-либо отдельно взятую ценную бумагу, так как они обладают более высокой устойчивостью, ввиду чего появляется возможность получения статистически значимых прогнозных расчетов.

Кроме того, риск в модели Шарпа в отличии от модели Марковица получил структурированное представление. В нём без труда выделяется систематический элемент, отвечающий за риск рынка, и диверсифицированный элемент, характеризующий собственный риск каждой из ценных бумаг инвестиционного портфеля [93]. Предложенное структурированное описание риска объясняет возможности, которые можно использовать для управления риском и которые чаще других оказываются доступными для использования при решении практических задач.

Итак, подытожив вышеописанное, отметим, что совершенствование теории портфельного анализа базируется на следующих двух факторах: факторе, предусматривающем различные варианты модификации в рамках модельного описания оптимизационного подхода и факторе информационного представления данных, применяемых при формировании моделей портфелей ценных бумаг [110]. При этом на основе модели У. Шарпа, информационное представление имеет не менее значимую роль, чем внесение изменений в саму модель и может приводить к получению новых характеристик, весьма полезных в портфельном анализе.

Указанная ранее зависимость свойств инвестиционных решений портфеля ценных бумаг от информационного представления исходных данных позволяет понять важность информационной составляющей и, естественно, ориентирует на повышение адекватности ее описания. Причем повышение адекватности информационного описания рыночных процессов нужно не только для получения более эффективного инвестиционного портфеля, но и для увеличения возможностей портфельного анализа [19], что сейчас особенно четко выражено. Очевидно, что возможности осуществления портфельного анализа, непосредственно зависят от методов описания и моделирования рыночных процессов, от прозрачности содержательной интерпретации получаемых результатов.

Как можно понять из вышеизложенного, теория портфельного инвестирования эксплуатирует две модели для представления процессов, происходящих на рынке: модель фактически наблюдаемых значений:

$$r_{it} = \bar{r}_i + (r_{it} - \bar{r}_i) \quad (2.1.10)$$

и регрессионную модель (2.2), математическое ожидание которой, обычно используемое в расчетах, представимо в виде [19]:

$$\mathrm{E}(r_{it}) = \alpha_i + \beta_i x_{it} \quad (2.1.11)$$

В более ранний период времени возможности данных моделей были вполне удовлетворительны для развития науки. Хотя, при этом неизбежно нарастало и продолжает расти количество вопросов, ответы на которые с применением данных моделей найти весьма проблематично, а иногда и вовсе невозможно.

Нельзя в этих условиях проигнорировать наиболее важный вопрос из выше указанных. Почему же столь популярная и общепризнанная теория портфельного инвестирования не используется в широком смысле в практических целях? Ее применение, чаще всего, ограничивается несколькими рекомендациями. Примером данной рекомендации может послужить рекомендация применения бета коэффициентов регрессионной модели (2.1.2) при подборе ценных бумаг, наиболее выгодных для осуществления вкладов. Известно, что эти коэффициенты для всех ценных бумаг каждый день определяются на Нью-Йоркском фондовом рынке, и вкладчики могут их применять в прикладной деятельности. Это существенно подтверждает выдвинутую гипотезу о необходимости увеличения адекватности модельного представления процессов, протекающих на рынке [108]. Хорошим примером этому может послужить рост прикладного применения формулы Блэка-Шоулза, который следует проанализировать для выявления причин, их корректировки и использовании выявленной особенности в портфельном инвестировании.

Предположительно, такой особенностью является учет вероятностной природы рыночных процессов, который не производится при расчете математических ожиданий моделей портфелей ценных бумаг.

Нельзя забывать, что в теории портфелей ценных бумаг расчёты осуществляются в случайной среде. В этих условиях при определении математического ожидания надо отталкиваться от имеющейся неопределенности, свойственной случайным процессам, характеризующей итоги прошлого и обладающей очень низкой вероятностью повторения в будущем [126]. Все это дает возможность убедиться в необходимости анализа новой модели, которая смогла бы иначе, но с очевидным ростом адекватности представить вероятностную структуру рынков ценных бумаг. К тому же, этому благоприятствует появление нового аппарата эконометрического моделирования, примеры применения которого в моделировании рыночных процессов пока практически неизвестны. Имеются в виду регрессионные модели с дискретной зависимой переменной, которые, по нашему мнению, могла бы успешно использоваться, например, в модели Кокса-Росса-Рубинштейна [19]. Поучительным примером применения эконометрических моделей в задачах обоснования портфельных инвестиционных решений, безусловно, являются исследования У. Шарпа. Поэтому будем ориентироваться на то, как У. Шарп представлял зависимость доходности определенной ценной бумаги от ее среднего уровня на фондовой бирже, только вместо линейной будем использовать нелинейную модель той же зависимости, применяя при этом регрессию бинарного выбора [124].

Напомним, что в модели бинарного выбора моделируемая переменная может принимать два значения: 0 и 1. В нашем случае, ориентируясь на то, что доходность ценной бумаги может быть и положительной, и отрицательной, будем предполагать, что моделируемая переменная тоже может быть выражена как отрицательными, так и положительными значениями. В итоге, в общем виде закономерность, которой подчиняется динамика доходности выбранной ценной бумаги в *среде бинарных ожиданий*, может быть описана в следующей форме:

$$r_{it} = d_i x_{it} \tag{2.1.12}$$

где d_i – константа, определяемая как максимально допустимый уровень доходности;

x_{it} - случайная величина, значения которой определяются следующим правилом:

$$x_{it} = \begin{cases} \text{имело значение} +1, \text{если доходность оказалась положительной} \\ \text{имело значение} -1, \text{если доходность оказалась отрицательной.} \end{cases};$$

Для того, чтобы применять в расчётах доходность в виде случайной величины, необходимо знать ее математическое ожидание, для чего, в первую очередь, идентифицируем условное распределение x_{it}. Есть несколько способов идентификации распределения [19] случайной величины [139]. Чаще других для этой цели используется критерий согласия хи-квадрат Пирсона и критерий Колмогорова-Смирнова. Но нас интересует не просто распределение, а условное распределение случайной величины. Только условное распределение позволит установить вероятностную взаимосвязь между доходностью и факторами, от которых зависит уровень доходности. Поэтому в случае, когда события происходят в случайной среде альтернативных ожиданий, а мы рассматриваем именно такой случай, в качестве условного распределения удобно использовать регрессионное уравнение с дихотомической зависимой переменной, которое может быть описано следующей формулой:

$$\mathrm{P}(x_{it} = 1 / r_{It}) = \mathrm{F}(b_0 + b_1 r_{It}) . \tag{2.1.13}$$

Здесь необходимо определить вероятность события $x_{it} = 1$ с применением функции. Данное событие заключается в увеличении доходности i – й ценной бумаги в момент времени t в зависимости от состояния фондовой биржи, характеризуемого доходностью индекса r_{It}.

Отметим, что функция F в общем случае должна быть наделена всеми свойствами функции распределения. По этой причине наиболее часто в качестве этой функции применяются вероятностные распределения случайных величин [19]. В случае, если используется вероятностная функция нормального распределения

$$\mathrm{F}(b_0 + b_1 r) = \int_{-\infty}^{b_0+b_1 r} e^{-\frac{z^2}{2}} dz, \tag{2.1.14}$$

то итоговая регрессионная зависимость именуется пробит-моделью [11]. Если же для моделирования применяется логистическая функция

$$\mathrm{F}(b_0 + b_1 r) = \frac{1}{1 + e^{b_0 + b_1 r}} \tag{2.1.15}$$

то полученное уравнение регрессии носит название логит-модели.

Нельзя не упомянуть о том, что логит-модель существенно эргономичнее пробит-модели для осуществления анализа и различных аналитических изменений. По этой причине последующие рассуждения будут направлены на исследование возможностей прикладного применения логит-модели в задачах портфельного инвестирования.

Представим, что модель бинарного выбора уже сформирована, и для каждого значения r_{It} можно определить вероятность ожидаемой положительной доходности по формуле:

$$\mathrm{P}_{it} = \frac{1}{1 + e^{b_0 + b_1 r_{It}}} \tag{2.1.16}$$

Тогда математическое ожидание доходности i-й ценной бумаги выражается следующим образом:

$$\mathrm{E}(r_{it} / r_{It}) = d_i[\mathrm{P}_{it} - (1 - \mathrm{P}_{it})] = d_i(2\mathrm{P}_{it} - 1). \tag{2.1.17}$$

Выражения (2.1.17) и (2.1.11) дают, в некотором смысле, идентичное объяснение возможного снижения или повышения доходности актива [19] на качественном уровне. Опираясь на данные формулы, можно заключить, что спад уровня доходности ценной бумаги происходит вслед за спадом среднего уровня доходности на фондовой бирже. Но, согласно выражению (2.1.11) этот процесс наблюдается всегда, а согласно выражению (2.1.17) можно сделать вывод, что сначала произойдет снижение вероятности положительного дохода в соответствии с (2.1.16), и только после этого произойдет снижение доходности. Модель (2.1.17) адекватнее отражает рыночную реальность возможных колебаний доходности в вероятностной среде бинарных ожиданий. Заметим, что доходность некоторых активов не всегда следуют за теми изменениями, которые происходят со средней доходностью рынка.

Далее сопоставим данные модели по чувствительности к рыночным колебаниям. Чувствительность в модели Шарпа определяется коэффициентом бета, являющимся константой, равной первой производной от доходности [19]:

$$[\alpha_i + \beta_i r_I]' = \beta_i \qquad (2.1.18)$$

Отметим, что колебания доходности выбранной ценной бумаги, происходящие при изменении средней доходности фондового рынка, пропорциональны коэффициенту бета. При построении инвестиционного портфеля следует обращать внимание на значение коэффициента бета, при этом внушительное значение бета предпочтительно только при росте фондовой биржи [108].

Применяя процедуру дифференцирования (2.1.16), сможем описать чувствительность доходности ценной бумаги, в которой учитывается вероятностная природа фондовой биржи. После проведения дифференцирования получим следующее:

$$P'_{it} = \left[\frac{1}{1+e^{b_0+b_1 r_{It}}}\right]' = -P_{it}(1-P_{it})b_1 \qquad (2.1.19)$$

Заметим, что в этом выражении присутствует вероятность.

При этом, как и в формуле (2.1.18), чувствительность пропорциональна коэффициенту регрессии, но с учетом уровня неопределенности, выражаемого плотностью вероятности $\mathrm{P}_{it}(1-\mathrm{P}_{it})$ логистического закона распределения. К тому же, наблюдается следующая закономерность: с ростом плотности вероятности повышается уровень чувствительности [19]. Самый высокий уровень чувствительности получается при $\mathrm{P}_i = 0{,}5$ согласно выражению (2.1.19).

Теперь определим дисперсию для случая, когда доходность выбранной ценной бумаги характеризуется формулой (2.1.12). Ориентируясь на классическое понятие дисперсии, выведем выражение для ее определения [19]. С этой целью выполним определенные преобразования математического ожидания суммы квадратов отклонений:

$$\sigma_i^2 = \mathrm{E}[(d_i x_i - \mathrm{E}(d_i x_i))^2] = \mathrm{E}[d_i^2(x_i - 2\mathrm{P}_i + 1)^2] =$$
$$= \mathrm{E}[d_i^2(x_i^2 + 4\mathrm{P}_i^2 + 1 - 4\mathrm{P}_i x_i + 2x_i - 4\mathrm{P}_i)]$$

Напомним, что математическое ожидание случайной величины x_i характеризуется выражением $\mathrm{E}(x_i) = 2\mathrm{P}_i - 1$, тогда после осуществления соответствующих преобразований придем к следующей формуле:

$$= d_i^2(-4\mathrm{P}_i^2 + 4\mathrm{P}_i) = 4d_i^2\,\mathrm{P}_i(1-\mathrm{P}_i)\,. \qquad (2.1.20)$$

В итоге можно заметить, что дисперсия доходности, так же как, и первая производная, содержит тот же самый механизм отражения вероятностной природы процесса построения доходности с применением плотности распределения. При этом максимальные значения оба показателя (чувствительность и дисперсия) демонстрируют при $\mathrm{P}_i = 0{,}5$. Это ожидаемо, так как этот итог наблюдается в точке бифуркации, характеризуемой перманентным значением полученного уровня доходности при наиболее высоком уровне дисперсии [110]. Кроме того, с высоким уровнем дисперсии согласно производной (2.1.19) хорошо корреспондируется высокий уровень реакции доходности актива на изменения, происходящие на рынке.

По сути, если в некоторой точке вероятность роста равна вероятности снижения доходности актива, то это явные признаки состояния бифуркации [108], в котором, как свидетельствует (2.1.17), доходность не изменяется, а в соответствии с (2.1.20) присутствует самая высокая дисперсия [19]. Помимо этого, данная точка характеризуется наибольшим уровнем неопределенности:

$$\mathrm{H}_i = -\mathrm{P}_i \log_2 \mathrm{P}_i - (1-\mathrm{P}_i)\log_2(1-\mathrm{P}_i), \tag{2.1.21}$$

так как определенная по формуле (2.1.21) энтропия принимает самое высокое значение.

Нельзя не заметить, что предложенный подход к представлению рыночных процессов дает возможность получить дополнительную информацию о происходящих рыночных процессах, необходимую для обоснования принимаемых инвестиционных решений.

В заключении отметим, что после У. Шарпа, предложившего применять эконометрические модели для портфельного инвестирования, проводилось существенное количество исследований, направленных на развитие направления, посвященного модельному описанию исходных данных, применяемых при обосновании инвестиционных портфельных решений. Наверное, наиболее значимое предложение было посвящено формированию модели Шарпа на основе адаптивных регрессионных уравнений. Рассмотренные в данном исследовании разнообразные подходы к моделированию портфельных решений, привели к выводу о необходимости использования новых эконометрических моделей с дискретной зависимой переменной. Изложенные выше результаты показывают, что отражение рыночных процессов с помощью вероятностных регрессионных моделей более точно представляет стохастическую природу фондового рынка, а значит их использование приведет к росту эффективности принимаемых инвестиционных решений [15]. Упомянем другую проблему, на которую следует обратить внимание. Она касается предложенного Марковицем множества инвестиционных возможностей, характеризуемого лишь двумя показателями: доходностью и риском. Использование именно доходности и риска заметно упрощает портфельный анализ, способствует упрощенной формализации ряда задач, но при этом заставляет отказаться от представления реальной многомерности процессов фондовой биржи, а также от применения некоторых методов, которые смогли бы, по нашему мнению, значительно расширить портфельный анализ [19].

Текст данного параграфа изложен в статье Добриной М.В. / В.В. Давнис, М.В. Добрина, Т.Н. Белокопытова // Эконометрические модели с дискретной зависимой переменной в портфельном анализе. — Современная экономика: проблемы и решения, 2018. — Выпуск № 12 (108). — Статья входит в перечень ВАК, с. 8-19 (№ 19 в списке литературы диссертации).

2.2 Дважды бинарный метод построения модели и его применение при моделировании портфельных решений

Хорошо известна эффективность применения регрессионных моделей в анализе результатов взаимодействия экономических процессов, а также при исследовании их динамики с целью упреждающего анализа и соответствующих прогнозных расчетов. Такая высокая оценка прикладных возможностей вполне объективна. Она следует из того, что сам аппарат регрессионного анализа, а также всевозможные варианты его практического использования стали почти обязательным элементом любой современной методики комплексного анализа экономических процессов. С помощью регрессионных моделей удается получить не только количественное описание анализируемых процессов, но и оценить точность, с которой можно доверять выводам, полученным на их основе. И все же, несмотря на достижение высокого уровня эффективности методик подобного рода, процесс их совершенствования в настоящее время продолжается и не безуспешно. Фактически целенаправленное варьирование открывает возможность превращения аппарата регрессионного моделирования в инструмент создания новых, ранее не известных способов обобщения и содержательной интерпретации естественных результатов взаимодействия экономических процессов. Однако не всегда реализуемый по уже известным схемам замысел приводит к получению результата требуемого уровня правдоподобности и надежности. Следствием этого служит естественный вопрос о возможных вариантах изменения привычной схемы регрессионного анализа, возможности которого все же небезграничны. Поэтому каждый вновь рассматриваемый случай требует проведения специальных исследований, результатом которых может стать новый способ или новая методика, обеспечивающая получение необходимого результата без снижения точности проводимых расчетов и без искажения содержательной интерпретации. Из сказанного следует, что основной задачей практически всех замыслов по совершенствованию методов обработки данных, как правило является, во-первых, стремление к повышению надежности применяемых моделей, а, во-вторых, нацеленность на создание новых подходов и новых моделей для отражения сложных экономических закономерностей, ранее не имевших формализованного представления.

Сразу нужно отметить, что универсальной рекомендации по созданию новых подходов нет, и вряд ли когда либо она появится. Но задачи, решение которых не укладывается в уже известные схемы расчетов, встречаются чаще, чем этого хотелось бы. Отсутствие убедительной аналитики заставляет, как правило, обращаться к специальным расчетам, которые, в силу отсутствия правдоподобных предположений, проводятся в многовариантном режиме с последующим анализом получаемых результатов. Кроме того, трудно возразить мнению о том, что эмпирика является почти обязательным компонентом в исследованиях, связанных с обработкой больших объемов информации со сложными и не всегда с логически понятными структурными взаимосвязями [4].

Актуальным остается вопрос разработки модели, правдоподобно воспроизводящей наблюдаемую реальность, которая, как известно, представляет собой дискретно непрерывный процесс. Специальной методики, позволяющей по наблюдениям построить модель, воспроизводящую дискретно непрерывный процесс, нет и, на данный момент отсутствует идея, которая могла бы стать основой для создания модели, являющейся базой методики подобного рода. В то же время хорошо известны и широко используются модели для воспроизведения непрерывных процессов, в которых по предположению отсутствует дискретная составляющая. В экономике для этих целей чаще всего используется метод наименьших квадратов. На его основе разработаны методики, которые эффективно используются для построения однофакторных и многофакторных моделей, воспроизводящих линейные и нелинейные закономерности. Но как только в наблюдениях появляется эффект дискретного характера, сразу же модель, какой бы она сложной не была, теряет свою адекватность, так как искаженно отражает реальность без воспроизведения дискретного эффекта [19].

Размышления над возможными вариантами аналитического отражения подобного рода процессов ориентируют на создание аппарата, позволяющего осуществлять дискретно - непрерывное отражение процессов с подобного рода закономерностями. Модель, скорее всего, должна быть рекуррентной, т.е. описываться формулой, в которой предусмотрена возможность изменяться для расчета ожидаемого значения.

Фактически расчет каждого вновь ожидаемого значения осуществляется по новой формуле, которая получается из формулы предыдущего расчета.

Проведение полномасштабных расчетов, результаты которых смогут дать представление о направлениях ожидаемых изменений в структуре и динамике исследуемого множества имеет смысл в тех случаях, когда есть возможность получения полного описания количественных и структурных характеристик исследуемой совокупности. Если же множество обрабатываемых данных неполное, например, присутствуют пропуски, то возникает естественная необходимость в предварительном применении специальных процедур для восстановления недостающей информации [110].

В то же время накапливаемый опыт по обработке данных большой размерности формирует набор специфических способов и приемов, явно повышающих эффективную работу с данными, имеющими сложную структуру

Известно, что возможности классического регрессионного анализа при создании новых схем обработки данных почти полностью исчерпаны. В то же время нужно признать эффективность комбинирования регрессионного анализа с другими методами обработки данных.

Известны методики, в которых регрессионный анализ применяется совместно с методами классификации [134].

Фактически регрессионный анализ - это мегаинструмент по созданию специфических микрометодик, ориентированных на создание описания механизмов [25]. Проиллюстрируем данную возможность на примере построения новой модели, которую назовем дважды бинарной моделью.

Поясним, что в простейшем случае для построения модели находится среднее значение выборки, с помощью которого данные делятся на две совокупности [15].

В качестве критерия разделения множества исходных данных на два класса не обязательно использовать среднее значение. Можно, например, использовать регрессионное уравнение, с помощью которого формируется класс из тех значений, для которых получается расчетное значение выше фактического, а второй класс - из тех наблюдений, для которых расчетное значение ниже фактического значения.

Опишем предлагаемый дважды бинарный метод построения модели.

Для расчетов были использованы котировки следующих эмитентов голубых фишек: Газпром, Сбербанк, Сургутнефтегаз, Лукойл, Роснефть, Аэрофлот, Мосэнергосбыт, Мегафон и РТС за временной интервал с 1 апреля по 30 июня 2019 года.

Для иллюстрации решения проанализируем случай, когда роль x играет РТС, а в качестве y выступает Газпром. Соответствующие расчеты можно провести для выявления корреляции Сбербанк-РТС, Сургутнефтегаз-РТС, Лукойл-РТС, Роснефть-РТС, Аэрофлот-РТС, Мосэнергосбыт-РТС и Мегафон-РТС.

Вначале рассмотрим в отдельности первые два наблюдения и выполним по ним расчеты.

Для этого воспользуемся следующей общеизвестной формулой [24]:

$$\hat{б} = \left(\acute{X} * X\right)^{-1} * \acute{X} * Y \qquad (2.2.1)$$

Для случая парной регрессии (одна независимая переменная – наш случай) модель примет вид:

$$y = b_0 + b_1 * x$$

В итоге получим следующие значения b:

310,070896
-0,1477612

Сформируем модель и спрогнозируем третье значение y.

y=310,0709-0,14776*X

Проверим адекватность построенной модели и ее коэффициентов.

Адекватность построенной модели определим с помощью F-критерия Фишера.

Были получены следующие итоги расчетов (Fрасч. = 245,99328; Fтабл. ≈ 4). Так как Fрасч. > Fтабл., делаем вывод об адекватности построенной модели.

Адекватность же коэффициентов b_o и b_1 построенной модели будем оценивать с помощью t-критерия Стьюдента.

В результате получилось (t_{b1} = -3,86204; t_{b0} = 6,43730; $t_{табл} \approx 2$). Ввиду того, что расчетные значения t-критерия Стьюдента по абсолютной величине превышают табличное значение t-критерия Стьюдента, делаем вывод про адекватность коэффициентов b_o и b_1.

Таким образом, построенная модель и ее коэффициенты адекватны. Это означает, что полученную модель можно применять в аналитических целях.

Вернемся к описанию алгоритма дважды бинарного метода построения модели.

$$y_3=310{,}0709-0{,}14776*1205{,}4=131{,}960996.$$

Рассмотрим две возможные ситуации.

Ситуация первая: данные стационарны. Здесь необходимо заметить, что это, скорее, нереальная условная ситуация, так как в реальном мире и в реальной практике работы фондовой биржи все экономические процессы имеют нестационарную природу.

Тогда строится с помощью МНК единая регрессионная модель для всего множества данных по формуле 2.2.1 для выбранной выборки.

В результате получим следующие значения b:

35,3384472
0,08234766

Проверим адекватность построенной модели и ее коэффициентов.

Адекватность построенной модели определим с помощью F-критерия Фишера.

Были получены следующие итоги расчетов (Fрасч. = 0,20141; Fтабл. ≈ 4). Так как Fрасч. < Fтабл., делаем вывод о неадекватности построенной модели.

Адекватность же коэффициентов b_o и b_1 построенной модели будем оценивать с помощью t-критерия Стьюдента.

В результате получилось (t_{b1} = 241,57340; t_{b0} = 82,34319; $t_{табл}$ ≈ 2). Ввиду того, что расчетные значения t-критерия Стьюдента превышают табличное значение t-критерия Стьюдента, делаем вывод про адекватность коэффициентов b_o и b_1.

Таким образом, построенную модель нельзя применять в аналитических целях, что подтверждает нестационарность деятельности фондовой биржи.

В тех случаях, когда с течением времени зависимость y от x претерпевает изменения, рекомендуется использовать рекуррентный МНК, предусматривающий корректировку коэффициентов регрессии по мере поступления новых наблюдений [28].

Вернемся к предложенному нами дважды бинарному методу построения модели.

Дважды бинарный метод построения модели включает в себя следующие два этапа:

1. Этап применения дискретно-непрерывного (рекуррентного) метода построения.
2. Этап применения дискретно-группового метода построения модели.

Перейдем к анализу и пояснению предложенных этапов.

1. Этап применения дискретно-непрерывного (рекуррентного) метода построения.

Опишем дискретно-непрерывный (рекуррентный) метод построения.

Данный этап подразумевает одношаговую схему РМНК (рекуррентного метода наименьших квадратов). Опишем ее подробнее.

Введем следующие обозначения:

n – объем выборки;

m – число независимых переменных моделей;

$$X_i = \begin{pmatrix} 1 & X_{11} & \cdots & X_{1m} \\ 1 & X_{21} & \cdots & X_{2m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & X_{n1} & \cdots & X_{nm} \end{pmatrix} \qquad (2.2.2)$$

где (2.2.2) – матрица из независимых переменных размерностью n×(m+1).

Для понимания процесса построения матрицы системы нормальных уравнений представим следующим образом выражение для произведения вектора-столбца на вектор-строку [68]

$$x_t' x_t = \begin{pmatrix} 1 \\ x_{t1} \\ \vdots \\ x_{tm} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & x_{t1} & \cdots & x_{tm} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x_{t1} & \cdots & x_{tm} \\ x_{t1} & x_{t1}^2 & \cdots & x_{t1}x_{tm} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{tm} & x_{t1}x_{tm} & \cdots & x_{tm}^2 \end{pmatrix}$$

На основе представленного выше выражения запишем в следующем виде процесс нахождения матрицы системы нормальных уравнений:

$$\left(X_n' * X_n\right) = \begin{pmatrix} n & \sum x_{i1} & \cdots & \sum x_{im} \\ \sum x_{i1} & \sum x_{i1}^{\,2} & \cdots & \sum x_{i1}\, x_{im} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{im} & \sum x_{i1}\, x_{im} & \cdots & \sum x_{im}^{\,2} \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} 1 & x_{11} & \cdots & x_{1m} \\ x_{11} & {x_{11}}^2 & \cdots & x_{11}x_{1m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{1m} & x_{11}x_{1m} & \cdots & x_{1m} \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 1 & x_{21} & \cdots & x_{2m} \\ x_{21} & {x_{21}}^2 & \cdots & x_{21}x_{2m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{2m} & x_{21}x_{2m} & \cdots & {x_{2m}}^2 \end{pmatrix}+\cdots$$

$$+\begin{pmatrix} 1 & x_{n1} & \cdots & x_{nm} \\ x_{n1} & {x_{n1}}^2 & \cdots & x_{n1}x_{nm} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{nm} & x_{n1}x_{nm} & \cdots & {x_{nm}}^2 \end{pmatrix} = x_1' x_1 + x_2' x_2 + \cdots + x_n' x_n \qquad (2.2.3)$$

Представленный процесс определения матрицы $(X_n' * X_n)$ поясняет выражение:

$$\left(X_{n-1}' * X_{n-1} + x_n' x_n\right) = \left(X_n' * X_n\right)$$

По аналогии запишем:

$$\left(X_{n-1}' * y_{n-1} + x_n' y_n\right) = X_n' * y_n$$

где y_n - вектор-столбец из n зависимых переменных.

Обратимся к линейной регрессионной модели:

$$y = Xb + \varepsilon$$

где b – вектор-столбец коэффициентов модели;

ε - вектор-столбец ненаблюдаемых случайных элементов [28].

Пусть оценки коэффициентов $\hat{\text{б}}_{\mathbf{n-1}}$ на основе данных выборки, состоящей из (n-1) наблюдений, уже определены.

Необходимо заново вычислить оценки коэффициентов регрессии в случае, когда в выборке присутствует новое наблюдение (y_n, x_n), применяя для этой цели определенные ранее оценки $\hat{\text{б}}_{\mathbf{n-1}}$ [100]. С подобными случаями исследователи сталкиваются в процессе обработки слишком объемных массивов данных, так как их хранение затруднительно, а также в тех ситуациях, когда обязательна последовательная обработка добавляемых наблюдений [102] для поиска решения выбранной задачи.

Для анализируемого случая формула определения вектора оценок коэффициентов регрессионной модели представляется следующим образом:

$$\hat{b}_n = \left(X_n' * X_n\right)^{-1} X_n' y_n =$$

$$\left(X_{n-1}' * X_{n-1} + x_n' x_n\right)^{-1}\left(X_{n-1}' * y_{n-1} + x_n' y_n\right) \quad (2.2.4)$$

Для удобства введем следующие обозначения:

$$C_n = \left(X_n' * X_n\right) \quad (2.2.5)$$

Затем применим формулу Шермана-Моррисона для рекуррентного обращения матриц [28]:

$$\left(C_{n-1} + x_n' * x_n\right)^{-1} = C_{n-1}^{-1} - \frac{C_{n-1}^{-1} * x_n' * x_n * C_{n-1}^{-1}}{x_n * C_{n-1}^{-1} * x_n' + 1} \quad (2.2.6)$$

На основе формулы (2.2.5) перепишем выражение (2.2.3) в следующем виде:

$$\hat{b}_n = [C_{n-1}^{-1} - \frac{C_{n-1}^{-1} * x_n' * x_n * C_{n-1}^{-1}}{x_n * C_{n-1}^{-1} * x_n' + 1}] * [X_{n-1}' * y_{n-1} + x_n' * y_n] = \hat{b}_{n-1} + C_{n-1}^{-1} **$$

$$x_n' * y_n - \frac{C_{n-1}^{-1} * x_n' * x_n * C_{n-1}^{-1}}{x_n * C_{n-1}^{-1} * x_n' + 1} * [X_{n-1}' * y_{n-1} + x_n' * y_n] \quad (2.2.7)$$

Перегруппируем члены итогового выражения

$$\hat{b}_n = \hat{b}_{n-1} + C_{n-1}^{-1} *$$

$$x_n' * y_n - \frac{C_{n-1}^{-1} * x_n' * x_n * C_{n-1}^{-1}}{x_n * C_{n-1}^{-1} * x_n' + 1} * x_n' * y_n - - \frac{C_{n-1}^{-1} * x_n' * x_n * C_{n-1}^{-1}}{x_n * C_{n-1}^{-1} * x_n' + 1} * X_{n-1}' * y_{n-1}$$

После соединения второго и третьего членов, вынесения общих множителей $C_{n-1}^{-1} * x_n'$ и y_n, а также перемножения в последнем члене выражения, придем к результативной формуле оценки расчетного значения вектора b:

$$\hat{b}_n = \hat{b}_{n-1} + C_{n-1}^{-1} * x_n' * [1 - \frac{x_n * C_{n-1}^{-1} * x_n'}{x_n * C_{n-1}^{-1} * x_n' + 1}] * y_n - \frac{C_{n-1}^{-1} * x_n'}{x_n * C_{n-1}^{-1} * x_n' + 1} * x_n * \hat{b}_{n-1}$$

В итоге после приведения к общему знаменателю в квадратных скобках выведем следующую формулу [12]:

$$\hat{b}_n = \hat{b}_{n-1} + \frac{C_{n-1}^{-1} x'_n}{x_n C_{n-1}^{-1} x'_n + 1} [y_n - X_n \hat{b}_{n-1}] \qquad (2.2.8)$$

Итоговая формула дает возможность выполнить повторный расчет оценок рекуррентным методом по мере добавления новых наблюдений [124]. Ключевые идеи формирования адаптивных многофакторных регрессионных моделей осуществляются при ее помощи.

Выполним расчет для числа наблюдений n=58.

По формуле (2.2.1) определим значения b, которые составят:

33,1678423
0,08414078

Проверим адекватность построенной модели и ее коэффициентов.

Адекватность построенной модели определим с помощью F-критерия Фишера.

Были получены следующие итоги расчетов ($F_{расч.}$ = 212,22160; $F_{табл.} \approx 4$). Так как $F_{расч.} > F_{табл.}$, делаем вывод об адекватности построенной модели.

Адекватность же коэффициентов b_o и b_1 построенной модели будем оценивать с помощью t-критерия Стьюдента.

В результате получилось (t_{b1} = 14,56783; t_{b0} = 4,42952; $t_{табл} \approx 2$). Ввиду того, что расчетные значения t-критерия Стьюдента превышают табличное значение t-критерия Стьюдента, делаем вывод про адекватность коэффициентов b_o и b_1.

Таким образом, построенная модель и ее коэффициенты адекватны. Это означает, что полученную модель можно применять в аналитических целях.

Для выполнения дальнейших вычислений воспользуемся итоговой формулой (2.2.8) и промежуточными этапами ее выведения и исходных обозначений (2.2.2)-(2.2.7).

В итоге дискретно-непрерывный (рекуррентный) метод построения даст следующие результаты:

34,8992821
0,08271051

Проверим адекватность построенной модели и ее коэффициентов.

Адекватность построенной модели определим с помощью F-критерия Фишера.

Были получены следующие итоги расчетов (Fрасч. = 218,52760; Fтабл. ≈ 4). Так как Fрасч. > Fтабл., делаем вывод об адекватности построенной модели.

Адекватность же коэффициентов b_o и b_1 построенной модели будем оценивать с помощью t-критерия Стьюдента.

В результате получилось (t_{b1} = 14,52997; t_{b0} = 4,80401; $t_{табл} \approx 2$). Ввиду того, что расчетные значения t-критерия Стьюдента превышают табличное значение t-критерия Стьюдента, делаем вывод про адекватность коэффициентов b_o и b_1.

Таким образом, построенная модель и ее коэффициенты адекватны. Это означает, что полученную модель можно применять в аналитических целях.

Теперь выполним проверку, представив, что n=59 и осуществив вычисления по формуле (2.2.1) для этого случая. Итоги совпали, а значит расчеты произведены верно.

Перейдем к изложению второго шага дважды бинарного метода построения модели - дискретно-группового метода построения модели.

Опишем дискретно-групповой метод построения модели.

Данный метод повторяет этапы осуществления многошагового РМНК (рекуррентного метода наименьших квадратов).

Использование многошагового метода актуально в случаях, когда наблюдается расширение выборки одновременно несколькими наблюдениями [135]. Безусловно, допустима последовательная обработка данных наблюдений с применением выше описанного одношагового РМНК. Здесь стоит заметить, что одношаговый РМНК не всегда можно назвать удобным. Помимо этого, иногда в процессе настройки параметров адаптивной модели необходимо учитывать информацию, полученную по итогам нескольких одновременно выполненных измерений [143]. Все эти факторы объясняют необходимость применения многошагового подхода.

По сути дважды бинарный метод реализуется двукратным применением формулы (2.2.8). Однако возможности рекуррентного оценивания позволяют реализовать построение этой же самой модели однократным применением рекуррентной формулы. Для этого используется многошаговый вариант рекуррентной формулы, который может быть получен следующим образом:

дополнительно введем обозначения:

X_k- матрица из k последних строк независимых переменных выборки;

y_k- вектор-столбец, элементами которого служат k последних наблюдений зависимой переменной;

I_k- (k×k)-единичная матрица [28].

Обратимся к аналогичному описанному выше приему, тогда формулу определения вектора оценок коэффициентов регрессионной модели можно представить [23]:

$$\hat{b}_n = \left(X'_n * X_n\right)^{-1} X'_n y_n =$$

$$\left(X'_{n-k} * X_{n-k} + x'_k x_k\right)^{-1} \left(X'_{n-k} * y_{n-k} + x'_k y_k\right)$$

Для удобства введем обозначения:

$$C = X'_{n-k} * X_{n-k} \qquad (2.2.9)$$

Применим формулу Шермана-Моррисона-Вутбери:

$$(C + X'_{n-k} * X_{n-k})^{-1} = C^{-1} - C^{-1} * X'_k * (X_k * C^{-1} * X'_k + I_k)^{-1} * X_k * C^{-1} \quad (2.2.10)$$

Тогда выполним преобразования и представим выше указанное выражение в форме:

$$\begin{aligned}\hat{b}_n = &\left[C^{-1} - C^{-1}\acute{X}_k\left(X_k C^{-1}\acute{X}_k + I_k\right)^{-1} X_k C^{-1}\right]\left(\acute{X}_{n-k}y_{n-k} + \acute{X}_k y_k\right) \\ &= \hat{b}_{n-k} + C^{-1}\acute{X}_k y_k - C^{-1}\acute{X}_k\left(X_k C^{-1}\acute{X}_k + I_k\right)^{-1} X_k \hat{b}_{n-k} \\ &- C^{-1}\acute{X}_k\left(X_k C^{-1}\acute{X}_k + I_k\right)^{-1}\left(X_k C^{-1}\acute{X}_k y_k + I_k y_k - I_k y_k\right) \\ &= \hat{b}_{n-k} + C^{-1}\acute{X}_k y_k \\ &- C^{-1}\acute{X}_k\left(X_k C^{-1}\acute{X}_k + I_k\right)^{-1}\left(X_k C^{-1}\acute{X}_k + I_k\right) y_k \\ &+ C^{-1}\acute{X}_k\left(X_k C^{-1}\acute{X}_k + I_k\right)^{-1} y_k \\ &- C^{-1}\acute{X}_k\left(X_k C^{-1}\acute{X}_k + I_k\right)^{-1} x_k \hat{b}_{n-k}\Big)\end{aligned}$$

Итог перемножения в третьем члене взаимно уничтожается со вторым членом, при этом вынесение общего множителя из четвертого и пятого членов даст следующий рекуррентный вид метода [12]:

$$\hat{b}_n = \hat{b}_{n-k} + C^{-1}\acute{X}_k\left(X_k C^{-1}\acute{X}_k + I_k\right)^{-1}\left(y_k - X_k \hat{b}_{n-k}\right) \qquad (2.2.11)$$

На основе итоговой формулы (2.2.11) и промежуточных формул и обозначений (2.2.9)-(2.2.10) определим результирующее значение $\hat{b}_n$:

36,74793
0,081184

Проверим адекватность построенной модели и ее коэффициентов.

Адекватность построенной модели определим с помощью F-критерия Фишера.

Были получены следующие итоги расчетов (Fрасч. = 232,51775; Fтабл. ≈ 4). Так как Fрасч. > Fтабл., делаем вывод об адекватности построенной модели.

Адекватность же коэффициентов b_o и b_1 построенной модели будем оценивать с помощью t-критерия Стьюдента.

В результате получилось (t_{b1} = 14,77833; t_{b0} = 5,23276; $t_{табл} \approx 2$). Ввиду того, что расчетные значения t-критерия Стьюдента превышают табличное значение t-критерия Стьюдента, делаем вывод про адекватность коэффициентов b_o и b_1.

Таким образом, построенная модель и ее коэффициенты адекватны. Это означает, что полученную модель можно применять в аналитических целях.

На основе предложенной формулы выполняется рекуррентный пересчет оценок для ситуаций, когда новые наблюдения добавляются не по одному, а сразу целыми группами. Данная формула применяется при формировании адаптивных регрессионных моделей специальной формы.

Подытожив вышеописанное, отметим, что:

1. Если в выборку добавляется одно наблюдение, то модель либо заново пересчитывается, либо строится рекуррентно.

2. Если в выборку добавляется несколько наблюдений, то возможны три подхода:

1) модель заново пересчитывается трижды;

2) модель строится путем добавления по одному наблюдению по отдельности рекуррентным методом;

3) модель строится рекуррентно сразу для всех трех наблюдений [28].

Таким образом, предложенный метод построения модели упрощает технологию обработки большого массива данных.

Сфера применения данного метода построения модели: многомерные расчеты, моделирование многомерных процессов, например, показателей регионов [106] и стоимости финансовых активов и т.д.

Основные положения этого параграфа опубликованы в статье Добриной М.В. Дважды бинарный метод построения модели доходности финансового актива: идентификация, анализ и прогноз. — Современная экономика: проблемы и решения, 2022. — Выпуск № 1. — Статья входит в перечень ВАК. (№ 28 в списке литературы диссертации).

2.3 Диагональная вероятностная модель портфельного инвестирования и ее основные свойства

Рассмотрим диагональную вероятностную модель портфельного инвестирования и ее основные свойства.

Отметим, что предложенная и описанная в данном параграфе модель уникальна и требуется особый подход к ее построению. Опишем процесс построения этой модели на конкретном примере.

Были выбраны следующие восемь эмитентов акций для построения портфеля ценных бумаг: Газпром, Сбербанк, Сургутнефтегаз, Лукойл, Роснефть, Аэрофлот, Мосэнерго и Мегафон. Аргументом для формирования дважды бинарных моделей доходней активов послужили архивы котировок индекса РТС. Для выполнения необходимых вычислений использовались котировки стоимости акций за интервал времени в три месяца: апрель, май и июнь, чего, в основном, бывает достаточно для построения адекватных регрессионных моделей.

Первый этап построения содержит специальную подготовку исходных данных. Рассматриваемая ситуация аналогична диагональной модели Шарпа. Формирование модели Шарпа включает построение однофакторных регрессионных моделей, характеризующих взаимосвязь между доходностью ценных бумаг портфеля и индексом, определяемым средним уровнем доходности акций на фондовом рынке [92]. В этих условиях необходимо сформировать дважды бинарные модели доходности активов на фондовом рынке.

Проанализируем ход расчетов для подготовки данных.

1. Преобразование данных о стоимости акций в значения уровня доходности данных акций по следующей формуле:

- $$r_{it} = \frac{S_{it} - S_{it-1}}{S_{it-1}} * 100\%,\ t = \overline{1, T-k+1},\ i = \overline{1, m+1}.$$

2. Сглаживание данных путем расчета величин скользящей средней:

$$r_{it} = \frac{1}{k}\sum_{j=t}^{t+k-1} r_{ij} \quad t = \overline{1, T-k+1},\ i = \overline{1, m+1}.$$

3. Определение средних значений сглаженных данных:

$$\overline{r_i} = \frac{1}{T-k+1}\sum_{t=1}^{T-k+1} r_{it}, \qquad i = \overline{1, m+1}.$$

4. Расчет средних квадратичных отклонений:

$$d_i = \left[\frac{1}{T-k+1}\sum_{t=1}^{T-k+1}(r_{it} - \overline{r_i})^2\right]^{0,5}, \quad i = \overline{1, m}.$$

5. Определение дискретной зависимой переменной:

$$x_{it} = \begin{Bmatrix} +1 & r_{it} \geq \overline{r_i} \\ -1 & r_{it} < \overline{r_i} \end{Bmatrix} \quad t = \overline{1, T-k+1},\ i = \overline{1, m}.$$

По завершении подготовки данных для формирования моделей, переходим ко второму шагу, включающему в себя непосредственное формирование моделей. Для этого потребуются специальные программные пакеты [41]. Для удобства формирования логит-модели будем применять MATLAB [30], хотя возможность формирования регрессионных моделей с дискретной зависимой переменной существует и в других пакетах.

На основе возможностей пакета MATLAB переходим к выполнению следующего шага.

6. Формирование логит-регрессионных моделей бинарного выбора:

$$P_{it} = P(r_{it} \geq \overline{r_i}/z_{it}) = \frac{1}{1+\exp(b_{0i}+b_{1i}z_{It})},\ z_{it} = r_{It} - \overline{r_I}, \quad .$$

7. Формирование на базе средних значений средних квадратичных отклонений и моделей бинарного выбора нового уравнения регрессионной модели:

$$r_{it} = \bar{r_i} + d_i[2P_{it} - 1].$$

8. Расчет дисперсий для каждой ценной бумаги [24]:

$$.\ \sigma_{it}^2 = 4d_i^2 P_{it}(1 - P_{it}).$$

После выведения формул расчета доходности ценных бумаг и их дисперсий произведем расчеты по построению портфеля ценных бумаг доходности активов. Результаты выполненных вычислений заключим в таблицы с комментариями, необходимыми для уточнения полученных итогов. Таблицы исходных данных представим в сокращенном варианте (фрагментами) из-за больших объемов. После выполнения преобразований и осуществления операции сглаживания с размером скользящего окна в 7 наблюдений были получены исходные данные, представленные в таблице 2.3.1.

Таблица 2.3.1

Итог сглаживания данных

СГЛАЖЕННЫЕ ДАННЫЕ							
Газпром	Сбербанк	Сургут-нефтегаз	Лукойл	Рос-нефть	Аэро-флот	Мос-энерго	Мега-фон
-0,1013	-0,6775	0,0815	-0,3721	0,1799	-0,4558	0,1735	-0,3663
-0,0841	-0,4983	-0,1290	-0,4087	-0,0257	-0,6052	0,1105	-0,5417
-0,3616	-0,5486	0,0859	-0,5449	0,2112	-0,7574	-0,0259	-0,3509
-1,0314	-1,3806	-0,3505	-0,8606	-0,3965	-1,6706	-0,4270	-0,4982
-0,5300	-0,6823	-0,3195	-0,4105	-0,3536	-0,4056	-0,3509	0,0244
:	:	:	:	:	:	:	:
0,6666	-0,3802	0,1388	0,0144	0,4648	-0,0349	0,0519	0,2248
0,4117	-0,0609	-0,3099	-0,7534	-0,1762	-0,0099	-0,2313	-0,0152
0,2798	0,0651	-0,6563	-0,6888	-0,1232	0,3716	-0,1259	0,0108
0,4461	0,1093	-0,8038	-0,7216	-0,0680	0,0967	-0,1768	0,0510
0,3853	-0,0376	-0,4175	-0,5161	-0,0231	0,2221	-0,4102	-0,0739
СРЕДНИЕ ЗНАЧЕНИЯ							
0,1970	0,0937	0,0766	0,1169	0,1584	0,0738	0,0599	0,2536
ДИСПЕРСИИ							
0,3482	0,6122	0,1685	0,1780	0,2155	0,3572	0,2193	0,1857
СРЕДНЕКВАДРАТИЧЕСКИЕ ОТКЛОНЕНИЯ							
0,5901	0,7825	0,4104	0,4219	0,4642	0,5977	0,4683	0,4310

Ключевой задачей, требующей решения для формирования новой модели доходности актива, является построение логит-моделей бинарного выбора. С этой целью необходимо подготовить исходные данные, в которых должны быть построены дискретные зависимые переменные по специальному алгоритму, и факторы, от которых зависит вероятность существования данных дискретных значений.

Сначала данные таблицы 2.3.1 преобразуются в отклонения от средних значений. Результаты этого преобразования приведены в таблице 2.3.2.

Таблица 2.3.2

Полученные отклонения от средних значений

ОТКЛОНЕНИЯ ОТ СРЕДНИХ							
Газпром	Сбербанк	Сургут-нефтегаз	Лукойл	Рос-нефть	Аэро-флот	Мос-энерго	Мега-фон
-0,2983	-0,7712	0,0049	-0,4890	0,0215	-0,5296	0,1137	-0,6199
-0,2811	-0,5919	-0,2056	-0,5256	-0,1841	-0,6789	0,0506	-0,7953
-0,5586	-0,6423	0,0094	-0,6618	0,0527	-0,8312	-0,0858	-0,6046
-1,2285	-1,4743	-0,4270	-0,9775	-0,5550	-1,7444	-0,4869	-0,7518
-0,7271	-0,7759	-0,3961	-0,5274	-0,5120	-0,4794	-0,4108	-0,2293
:	:	:	:	:	:	:	:
0,4695	-0,4739	0,0622	-0,1024	0,3064	-0,1086	-0,0080	-0,0288
0,2147	-0,1546	-0,3865	-0,8703	-0,3347	-0,0837	-0,2912	-0,2689
0,0828	-0,0286	-0,7328	-0,8057	-0,2817	0,2978	-0,1857	-0,2428
0,2490	0,0156	-0,8804	-0,8384	-0,2264	0,0229	-0,2367	-0,2027
0,1882	-0,1313	-0,4941	-0,6330	-0,1815	0,1484	-0,4701	-0,3276

С помощью данных этой таблицы формируются значения дискретных переменных в соответствии с правилом пункта 5.

Таблица 2.3.3

Полученные значения дискретных переменных и фактора

ЗНАЧЕНИЯ ДИСКРЕТНЫХ ПЕРЕМЕННЫХ И ФАКТОРА								
Газпром	Сбербанк	Сургут-нефтегаз	Лукойл	Рос-нефть	Аэро-флот	Мос-энерго	Мега-фон	РТС
1	1	2	1	2	1	2	1	-0,03762
1	1	1	1	1	1	2	1	-0,14488
1	1	2	1	2	1	1	1	-0,45647
1	1	1	1	1	1	1	1	-0,5327
1	1	1	1	1	1	1	1	-0,4179
:	:	:	:	:	:	:	:	:
2	1	2	1	2	1	1	1	-0,27756
2	1	1	1	1	1	1	1	-0,17687
2	1	1	1	1	2	1	1	0,075243
2	2	1	1	1	2	1	1	0,193149
2	1	1	1	1	2	1	1	0,080353

В этой таблице в соответствии с требованием пакета MATLAB отрицательные значения заменены +1, а положительные величины заменены +2. Помимо величин дискретных переменных представлены значения фактора, характеризующего условную вероятность того, что уровень доходности анализируемой ценной бумаги при выбранном значении средней доходности на фондовой бирже будет положительным. Фактором является индекс РТС, который представлен отклонениями текущего значения от среднего.

Таблица 2.3.4

Полученные коэффициенты логит-моделей

КОЭФФИЦИЕНТЫ ЛОГИТ МОДЕЛЕЙ				
Обознач.	Коэф.	ст.ош.	t-распр.	p-значен.
Газпром				
b_0	0,270721	0,318255	0,850642	0,394968
b_1	-2,32203	0,710034	-3,27031	0,001074
Сбербанк				
b_0	-0,03653	0,323945	-0,11276	0,910218
b_1	-2,58777	0,757361	-3,41683	0,000634
Сургутнефтегаз				
b_0	-0,37583	0,341161	-1,10161	0,27063
b_1	-2,87251	0,817487	-3,51383	0,000442
Лукойл				
b_0	-0,13712	0,322671	-0,42495	0,670872
b_1	-2,5095	0,744909	-3,36887	0,000755
Роснефть				
b_0	0,344165	0,302744	1,136817	0,255615
b_1	-1,71459	0,617192	-2,77805	0,005469
Аэрофлот				
b_0	-0,26073	0,334972	-0,77836	0,436354
b_1	-2,8075	0,801937	-3,5009	0,000464
Мосэнерго				
b_0	0,408328	0,344099	1,186656	0,235363
b_1	-3,01713	0,845331	-3,56917	0,000358
Мегафон				
b_0	0,067864	0,324428	0,209179	0,834308
b_1	-2,60957	0,760676	-3,4306	0,000602

Итоги проведенного моделирования указаны в таблице 2.3.4. Заметим, что все модели содержат статистически значимый коэффициент при факторе. Тогда коэффициенты при b_0 будут статистически незначимыми. Этот итог довольно широко наблюдается в практической деятельности, при том, что его нельзя назвать ограничением прикладного применения модели [4]. По этой причине модель даст возможность получить точное надежное вычисление вероятностных оценок.

С помощью логит-регрессии рассчитаем вероятности положительной доходности активов, включаемых в портфель, по всему периоду. Итоги вычислений представлены в таблице 2.3.5.

Таблица 2.3.5

Результаты определения вероятностей положительной доходности активов

ВЕРОЯТНОСТИ ПОЛОЖИТЕЛЬНОЙ ДОХОДНОСТИ АКТИВОВ							
Газпром	Сбербанк	Сургут-нефтегаз	Лукойл	Рос-нефть	Аэро-флот	Мос-энерго	Мега-фон
0,4114	0,4848	0,5665	0,5107	0,3992	0,5387	0,3724	0,4586
0,3527	0,4162	0,4899	0,4436	0,3560	0,4636	0,3004	0,3903
0,2091	0,2415	0,2818	0,2673	0,2447	0,2649	0,1436	0,2211
0,1813	0,2072	0,2397	0,2315	0,2214	0,2253	0,1176	0,1888
0,2242	0,2602	0,3048	0,2867	0,2572	0,2865	0,1585	0,2390
:	:	:	:	:	:	:	:
0,2859	0,3359	0,3962	0,3637	0,3057	0,3732	0,2234	0,3117
0,3359	0,3962	0,4670	0,4239	0,3436	0,4413	0,2805	0,3707
0,4760	0,5576	0,6438	0,5808	0,4464	0,6159	0,4548	0,5321
0,5443	0,6310	0,7172	0,6506	0,4968	0,6906	0,5435	0,6073
0,4790	0,5608	0,6472	0,5839	0,4486	0,6192	0,4586	0,5354

Расчет вероятностей дает возможность определить для любого периода времени актуальное значение доходности анализируемой ценной бумаги.

Также для любого временного периода можно определить текущую дисперсию ценной бумаги, а значит для каждого временного периода можно построить модель инвестиционного портфеля [73]. Если в качестве эталона при построении модели взять модель Марковица, то, учитывая равенство нулю текущей ковариации между рассматриваемыми ценными бумагами, получим модель с диагональной ковариационной матрицей. Тогда не подтверждается необходимость диверсификации при принятии инвестиционных решений при отрицательной корреляции анализируемых ценных бумаг портфеля. Тогда рассматриваемая модель может именоваться одной из потенциальных вероятностных видов модели Марковица. Поэтому далее для нее будем использовать наименование диагональная вероятностная модель.

Термин «вероятностная» выбран потому, что все элементы модели сформированы на базе математических ожиданий, содержащих условные вероятности. При этом условность вероятностных значений определяется индексом (средней доходностью фондового рынка). Другими словами, состав модели и итоговые инвестиционные решения определяются имеющимися на фондовом рынке условиями [72]. Эта корреляция определяет ключевую разницу между вероятностной моделью и моделью Марковица, а также всеми других современными моделями портфельного инвестирования. Для понимания сути и значения этой разницы произведем расчеты и проанализируем их.

Для построения диагональный вероятностной модели по Марковицу вычислим средний уровень доходности рынка. Excel содержит возможности для формирования настраиваемой модели [44]. В связи с этим, первоначальный выбор среднего уровня доходности можно считать условным, так как построенную модель можно изменять, задавая другое значение среднего уровня доходности. При этом нельзя забывать, что все модели бинарного выбора были построены не для уровня доходности, а для изменения уровня доходности относительно своего среднего значения [19].

Диагональная структура ковариационной матрицы вероятностной модели значительно упрощает расчеты по построению портфельного решения. Это касается и процедуры обращения матрицы, и расчета рисков, и всех промежуточных вычислений. Таблица 2.3.6 содержит совокупность данных для формирования портфеля ценных бумаг.

Таблица 2.3.6

Данные для формирования портфеля ценных бумаг

ДАННЫЕ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ ДИАГОНАЛЬНОЙ ВЕРОЯТНОСТНОЙ МОДЕЛИ								
Газпром	Сбербанк	Сургутнефтегаз	Лукойл	Роснефть	Аэрофлот	Мосэнерго	Мегафон	РТС
ПОСТОЯННЫЕ ВЕЛИЧИНЫ								
ср.зн.	0,1970	0,0937	0,0766	0,1169	0,1584	0,0738	0,0599	0,2536
ср.кв.от	0,5901	0,7825	0,4104	0,4219	0,4642	0,5977	0,4683	0,4310
ПЕРЕМЕННЫЕ ВЕЛИЧИНЫ (0.0)								
вер.	0,43273	0,50913	0,5928	0,53422	0,41479	0,56481	0,399313	0,483041
расч.зн	0,11765	0,10795	0,15280	0,1457	0,079329	0,15125	-0,0344	0,23901
диспер.	0,341937	0,61203	0,16265	0,17719	0,209211	0,35123	0,21044	0,18552
ПЕРЕМЕННЫЕ ВЕЛИЧИНЫ (0.05)								
вер.	0,461422	0,54138	0,62702	0,56527	0,435748	0,59895	0,43598	0,51564
расч.зн	0,151514	0,15842	0,18084	0,17194	0,098779	0,19206	-7,2E-05	0,26712
диспер.	0,346167	0,60804	0,15758	0,17499	0,21191	0,34324	0,21574	0,18556
ПЕРЕМЕННЫЕ ВЕЛИЧИНЫ (0.1)								
вер.	0,4904	0,5733	0,6600	0,5958	0,4569	0,6322	0,4734	0,5481
расч.зн	0,1857	0,2084	0,2079	0,1977	0,1184	0,2318	0,0349	0,2951
диспер.	0,3481	0,5991	0,1512	0,1715	0,2139	0,3323	0,2187	0,1840
ПЕРЕМЕННЫЕ ВЕЛИЧИНЫ (0.2)								
вер.	0,5483	0,6351	0,7212	0,6545	0,4997	0,6947	0,5486	0,6116
расч.зн	0,2540	0,3051	0,2581	0,2473	0,1581	0,3065	0,1054	0,3498
диспер.	0,3450	0,5675	0,1355	0,1610	0,2155	0,3031	0,2173	0,1765
ПЕРЕМЕННЫЕ ВЕЛИЧИНЫ (0.3)								
вер.	0,6049	0,6927	0,7751	0,7089	0,5425	0,7508	0,6217	0,6715
расч.зн	0,3208	0,3953	0,3024	0,2931	0,1978	0,3736	0,1739	0,4015
диспер.	0,3329	0,5213	0,1174	0,1470	0,2139	0,2673	0,2063	0,1639
ПЕРЕМЕННЫЕ ВЕЛИЧИНЫ (0.4)								
вер.	0,658831	0,74490	0,82124	0,75784	0,584597	0,79958	0,68965	0,72630
расч.зн	0,384504	0,47692	0,34027	0,33445	0,236965	0,43190	0,23753	0,44870
диспер.	0,3131	0,46534	0,09892	0,13068	0,2093	0,22898	0,18778	0,14769

В данных таблицы 2.3.6 представлены постоянные величины, включающие средние значения и среднеквадратические отклонения, рассчитанные по данным исторического периода, а также шесть вариантов переменных величин.

Каждый вариант содержит расчет вероятностей, ожидаемых значений доходности активов и дисперсии активов. Расчеты проводились при разных значениях отклонения текущей доходности от средней доходности рынка. Величина этих отклонений в скобках указана в таблице 2.3.6. Для каждого варианта строилась модель оптимального инвестирования [29].

Уточним, что модель, которая содержит возможность построения различных модельных версий с учетом возникших на фондовом рынке условий, следует назвать новым инструментом анализа инвестиционных возможностей фондовой биржи. Сама модель портфельного инвестирования, а значит и ее свойства, однозначно, изменились. Для того, чтобы понять, коснулись и повлияли ли эти колебания на процесс принятия инвестиционных решений, проведем расчетный эксперимент. Ниже приводятся результаты расчетов по диагональной вероятностной модели и проводится их интерпретация, позволяющая понять основное различие между возможностями вероятностной модели и модели Марковица.

Таблица 2.3.7

Полученные портфельные решения

ВАРИАНТЫ ПОРТФЕЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ						
АКТИВЫ	НАСТРОЙКА МОДЕЛИ: ДОХОДНОСТЬ ПОРТФЕЛЯ					
	0.0: 0.1	0.05:0.15	0.1: 0.18	0.18:0.25	0.3: 0.3	0.4: 0.35
	ПОРТФЕЛИ					
Газпром	0,087665	0,084539	0,082806	0,081911	0,075677	0,071545
Сбербанк	0,050753	0,047876	0,047132	0,055851	0,047936	0,047246
Сургут-нефтегаз	0,160071	**0,181556**	**0,186805**	**0,209066**	**0,214943**	**0,228461**
Лукойл	0,151396	0,164627	0,166261	0,17217	0,171954	0,173129
Роснефть	0,163811	0,143645	0,142955	0,097337	0,119366	0,110192
Аэрофлот	0,074619	0,082627	0,083147	0,105364	0,093693	0,096898
Мосэнерго	**0,223438**	0,151303	0,149711	0,073931	0,124068	0,122806
Мегафон	0,088246	0,143826	0,141183	0,20437	0,152364	0,149722

Построение портфелей осуществлялось при определенной настроенности модели (в таблице 2.3.7 настройка модели указана первым числом) и заданной доходностью портфеля (число после двоеточия: второе число). Это те портфели, для которых в приведенной ниже таблице 2.3.8 риски были минимальные.

Таблица 2.3.8

Итоги вычислений с выбранными настройками

РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА						
Доход-ность портфля	НАСТРОЙКА МОДЕЛИ					
	0.0	0.05	0.1	0.2	0.3	0.4
	РИСКИ					
0,01	0,090606	0,13159	0,181276	0,293442	0,395691	0,462125
0,05	0,055038	0,082761	0,119627	0,210542	0,30074	0,365097
0,1	**0,031954**	0,043778	0,064903	0,128622	0,201785	0,260806
0,15	0,032621	**0,029298**	0,035001	0,070817	0,124759	0,175395
0,18	0,044421	0,032372	**0,028973**	0,04771	0,089069	0,133211
0,25	0,105207	0,073848	0,049658	**0,027555**	0,036492	0,061214
0,3	0,177126	0,132877	0,094218	0,042098	**0,025252**	0,032445
0,35	0,272795	0,216409	0,163599	0,080757	0,035939	**0,022556**
0,4	0,392216	0,324444	0,257801	0,143532	0,068555	0,031547
0,45	0,535387	0,456982	0,376823	0,230422	0,123099	0,059419

Устройство таблицы 2.3.8 следующее: по горизонтали изменялся параметр, с помощью которого настраивалась модель, а по вертикали - параметр, с помощью которого задавалась ожидаемая доходность портфеля.

По сути, каждый столбец таблицы можно считать результатом моделирования риска с помощью модели Марковица, но с помощью одного столбца нельзя объяснить эффект построения портфеля с минимальным риском. При этом портфель с минимальным риском, как показывает таблица 2.3.8, существует. В силу того, что вычислительные эксперименты с моделью Марковица позволяют сформировать только одну диагональ из рисков, то проанализируем эту единственную полученную диагональ. По ее результатам можно сделать вывод только о том, что с увеличением желаемой доходности портфеля риск увеличивается. Вероятностная модель позволяет уточнить этот в целом правильный вывод.

Для этого уточнения необходимо ввести понятие инвестиционного потенциала рынка. Инвестиционный потенциал – это такой уровень доходности, который рынок сможет обеспечить инвестору с минимальным риском [9]. Расчеты, приведенные в таблице 2.3.8, хорошо иллюстрируют природу инвестиционного потенциала. Действительно, минимальный риск, как показывают расчеты, приведенные в таблице, достигается не в точке минимальной доходности, а при той доходности, которую обеспечивает рынок.

Таким образом, можно утверждать, что риск тем выше, чем больше отклонение от инвестиционного потенциала рынка. Причем имеется в виду отклонение и в сторону увеличения доходности, и в сторону снижения доходности.

Приведенные в таблице 2.3.8 результаты расчетов позволяют обратить внимание еще на одну интересную закономерность: величина минимального риска снижается по мере роста доходности рынка. Такая закономерность вполне естественна, так как высокий уровень инвестиционного потенциала рынка должен с меньшим риском обеспечивать получение инвестором доступного уровня ожидаемой доходности портфеля. Под доступным уровнем ожидаемой доходности портфеля понимается тот уровень, который в данный момент гарантируется текущим инвестиционным потенциалом рынка [10].

Результаты вычислительного эксперимента на основе диагональной вероятностной модели портфельного инвестирования позволили уточнить сформированные Марковицем и его учениками ключевые положения инвестиционной теории.

В следующей главе будет продолжено исследование возможностей применения новой построенной модели доходности актива в обосновании инвестиционных решений в рамках подходов, предусматривающих другие принципы обоснования оптимальных инвестиционных решений, чем те, которые принято считать традиционными. Это естественный процесс развития теории портфельного инвестирования, основой которого является применение нового аппарата выявления закономерностей фондового рынка.

3. НОВЫЕ ПОДХОДЫ К МОДЕЛИРОВАНИЮ ПОРТФЕЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ

3.1 Построение модели портфельного инвестирования на основе рыночного взаимодействия финансовых активов

Новые подходы к моделированию портфельных решений - это не просто новые модели, а это такие модели, построение которых осуществлялось на основе новых принципов. Как правило, построенные таким образом модели приобретают новые свойства, которых не было у ранее известных моделей. В общем случае совершенно необязательно, чтобы новые модели были лучше ранее известных. Но обязательно в новых моделях должна содержаться информация, ранее неизвестная или информация, подтверждающая справедливость ранее сделанных выводов или полученных фактов. В противном случае это не новые модели. С помощью построенной во второй главе модели доходности актива удалось уточнить известный результат Марковица, объясняющий взаимосвязь риск-доходность. Связывая этот успех с применением для формирования модели портфельного инвестирования дважды бинарного подхода к построению модели доходности актива, используем ее возможности для построения еще одной новой модели.

Известно, и об этом упоминалось в первой главе, что модели портфельного инвестирования строятся либо с использованием двух критериев, один из которых фиксируется на определенном уровне, а по второму осуществляется оптимизация, либо строится функция полезности, в которой оба критерия задействованы, и оптимизируется эта функция полезности. В предыдущей главе определялись оба критерия и была построена модель, минимизирующая риск при заданном уровне доходности. Возникает естественное желание применить эту регрессию для формирования модели портфельного инвестирования, предусматривающей оптимизацию функции полезности.

Это желание возникает еще и потому, что задача построения оптимального портфеля ценных бумаг продолжает оставаться наиболее востребованной в практическом аспекте и актуальной для научных исследований. Кроме того, известно и уже упоминалось выше, что в рамках теории портфельного анализа, начало которой было положено известными исследованиями, было разработано достаточно большое количество моделей, но им, к сожалению, так и не удалось стать инструментом для практического использования, каким, например, является формула Блэка-Шоулза.

В первую очередь, отметим, что понятия ковариации, дисперсии и корреляции, наиболее часто используемые в портфельном анализе, не годятся для цели нашего исследования потому, что с их помощью нельзя точно описать варианты потенциального взаимодействии анализируемых ценных бумаг, из которых состоит инвестиционный портфель [63]. И все же, несмотря на это, ориентироваться, как и ранее, будем на эконометрические модели, но такие, в которых реализована возможность воспроизведения вероятностной природы взаимодействия активов на фондовом рынке.

Кратко рассмотрим детали формирования модели портфельного инвестирования.

Предположим, что уровень доходности любой *i*–й ценной бумаги можно охарактеризовать следующей эконометрической моделью:

$$, \qquad r_{it} = \bar{r}_i + d_i x_{it} \tag{3.1.1}$$

где r_{it} – уровень доходности *i*–й ценной бумаги в период времени *t*;

$\bar{r}_i$ – средний уровень доходности *i*–й ценной бумаги;

d_i – среднеквадратическое значение отклонения уровня доходности i–й ценной бумаги от своего среднего уровня;

x_{it} – дискретная случайная величина, равная +1, если уровень доходности превышает средний и равная -1 иначе [24].

Предполагается, что есть фактор, оказывающий существенное влияние на уровень доходности r_{it}. По аналогии с известной линейной моделью Линтнера-Шарпа [10]

$$\mathrm{E}(r_{it}) = r_f + \beta_i(\mathrm{E}(r_{It}) - r_f) \qquad (3.1.2)$$

будем предполагать, что таким фактором является средняя доходность фондового рынка r_{It}, описываемая в нашем случае индексом РТС. Но, в отличие от той же самой модели Линтнера-Шарпа, взаимосвязь данного фактора с доходностью активов является более сложной нелинейной и, самое главное, реализуемой через дискретную независимую переменную. При моделировании возникает естественная проблема выбора из множества нелинейных моделей (в линейном случае необходимость выбора отсутствует) той, с помощью которой можно описать механизм генерирования независимой случайных переменной x_{it}. По замыслу сгенерированная переменная должна своей вероятностной природой передавать колебания рынка формируемой под его влиянием доходности актива. Если учесть гипотезу альтернативных ожиданий, в соответствии с которой реализуется процесс изменения доходности любого рыночного актива, целесообразно этот процесс воспроизводить с помощью модели бинарного выбора, например с помощью ее логит-версии:

$$\mathrm{P}(x_{it} = 1 / r_{It}) = \frac{1}{1 + e^{b_{0i} + b_{1i} r_{It}}}. \qquad (3.1.3)$$

Коэффициенты данной модели b_0 и b_1 определяются методом максимального правдоподобия и вычисляются с применением специальных программных пакетов, содержащих функцию статистической обработки данных [118]. На основе рассчитанных коэффициентов $\hat{b}_0, \hat{b}_1$, можно рассчитать потенциальную доходность i–й ценной бумаги как математическое ожидание модели (3.1.1)

$$\hat{r}_{it} = \mathrm{E}(r_{it}) = \overline{r}_i + d_i[2P-1] = \overline{r}_i + d_i[\frac{2}{1+e^{\hat{b}_{0i}+\hat{b}_{1i}r_{It}}} - 1]. \qquad (3.1.4)$$

В некотором смысле, модель (3.1.3) является нелинейным аналогом упоминавшийся выше модели Линтнера-Шарпа. При этом, с другой стороны - интерпретацией рыночного механизма формирования доходности. В этой интерпретации основное внимание уделяется альтернативной природе. Второе слагаемое в модели (3.1.4) в отличие от (3.1.2) может принимать отрицательные значения. Это вполне объяснимо, так как в (3.1.4) рассматривается возможное отклонение от среднего значения доходности, а не от доходности безрискового актива, как в модели (3.1.2). Но в то же время такое представление механизма формирования доходности актива позволяет говорить не только о формировании доходности, но и о новом способе измерения риска финансового актива, который будем обозначать rs_i и определять с помощью выражения:

$$rs_{it} = d_i[2P_{it} - 1], \qquad (3.1.5)$$

, позволяющего получать положительные и отрицательные его значения в зависимости от вероятности P_i. Причем измеряется текущий уровень риска, а не средний за некоторый промежуток времени. Это важные факты, так как данные свойства риска актива вместе с принципом его формирования должны естественным образом переноситься на риск портфеля ценных бумаг. Поэтому, переходя к изложению подхода, реализующего построение портфеля на основе рыночного взаимодействия ценных бумаг, сначала рассмотрим механизм, который лежит в основе формирования портфельного риска. Это необходимо, так как целевая ориентация этого подхода предусматривает получение портфеля с оптимальным риском.

Понимая под риском, в соответствии с (3.1.5), результат возможного отклонения доходности актива от его среднего уровня, по аналогии с данной интерпретацией, риском портфеля из двух активов будем считать ожидаемое отклонение текущей доходности портфеля от его средней доходности. Вопрос в том, как определить это ожидаемое отклонение. Основная идея в том, что отклонение от среднего по величине равно изменению средней доходности портфеля. А это изменение, как нетрудно понять, получается из изменений доходности каждого актива, а также результата их рыночного взаимодействия, получаемого при одновременном изменении доходности пары активов [18]. Формально уровень доходности инвестиционного портфеля, состоящего из двух ценных бумаг, с учетом возможных линейных рисков можно записать следующим образом:

$$\mathrm{r_{pt}} = \mathrm{w}_i\overline{\mathrm{r}_i}+\mathrm{w_k}\overline{\mathrm{r_k}}+w_i d_i(2P_{it}\text{-}1)+w_k d_k(2P_{kt}\text{-}1)+w_i w_k IA_{ik}. \qquad (3.1.6)$$

В формуле 3.1.6 не определена величина взаимодействия IA_{ik}. Для определения этой величины необходимо описать механизм формирования эффекта взаимодействия. Возможны 4 варианта такого взаимодействия:

1) доходность пары активов оказалась выше соответствующих средних значений;

2) доходность первого актива выше, а второго ниже;

3) доходность первого актива ниже, а второго выше;

4) доходность пары активов ниже средних значений.

Заметим, что взаимодействие между двумя активами можно рассматривать как коэффициент ковариации. Но взаимодействие дает более полное описание, чем ковариация [14]. У ковариации всего два варианта качественно различных возможных значений, а у взаимодействия – четыре.

Обозначив через d_i среднюю величину возможного отклонения от средней доходности *i*–го актива, а через d_k соответствующее отклонение *k*–го актива, введем в рассмотрение переменную с возможными значениями доходности активов и определим вероятности этих значений. Возможные варианты взаимодействия приведены в таблице 3.1.1 [18].

Таблица 3.1.1

Описание возможных вариантов взаимодействия

Значения x_i	Вероятности x_i	Значения x_k	Вероятности x_k	Значения x_i+x_k	Вероятности x_i+x_k
+1	P_i	+1	P_k	d_i+d_k	$P_i\ P_k$
+1	P_i	-1	$1-P_k$	d_i-d_k	$P_i\ (1-P_k)$
-1	$1-P_i$	+1	P_k	$-d_i+d_k$	$(1-P_i)\ P_k$
-1	$1-P_i$	-1	$1-P_k$	$-d_i-d_k$	$(1-P_i)(1-P_k)$

Зная ожидаемые значения и вероятности результатов взаимодействия, можно записать математическое ожидание взаимодействия следующим образом:.

$$IA_{ik} = (d_i + d_k)P_iP_k + (d_i - d_k)P_i(1 - P_k) + (-d_i + d_k)(1 - P_i)P_k + \\ +(-d_i - d_k)(1 - P_i)(1 - P_k) \qquad (3.1.7)$$

Таким образом, все составляющие механизма формирования доходности известны и, следовательно, выражение (3.1.6) можно использовать в качестве критерия для построения оптимального портфеля. Запишем это выражение в развернутой матричной форме для случая, когда портфель формируется из двух активов:

$$r_p = (w_i, w_k)\begin{pmatrix}\bar{r}_i \\ \bar{r}_k\end{pmatrix} + (w_i, w_k)\begin{pmatrix}d_i(2P_i - 1) \\ d_k(2P_k - 1)\end{pmatrix} + (w_i, w_k)\begin{pmatrix}0 & \frac{1}{2}IA_{ik} \\ \frac{1}{2}IA_{ik} & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}w_i \\ w_k\end{pmatrix} \qquad (3.1.8)$$

В выражении 3.1.8 первое слагаемое характеризует влияние на доходность портфеля средних доходностей активов, включенных в портфель, а второе слагаемое отвечает за риск активов, которые могут в зависимости от ситуации увеличить или уменьшить доходность портфеля. Наконец, третье слагаемое представляет собой результат рыночного взаимодействия активов, который может оказать на доходность портфеля как положительное, так и отрицательное воздействие.

Если выражение (3.1.8) дополнить ограничением на структуру портфеля и для упрощения записи положить для каждого i – го актива $\hat{d}_i = d_i(2P_i - 1)$, то получится модель оптимального портфеля следующего вида:

$$2\tau(\mathbf{w}'\overline{\mathbf{r}} + \mathbf{w}'\hat{\mathbf{d}}) + \mathbf{w}'\mathbf{\Sigma}_{IA}\mathbf{w} \to \max \tag{3.1.9}$$

$$\mathbf{w}'\mathbf{i} = 1; \qquad \mathbf{w}'\mathbf{i} \ge 0 \tag{3.1.10}$$

Обозначения, использованные в записанной модели очевидны, поэтому эти объяснения мы опускаем. Параметр $\tau \ge 0$ характеризует отношение инвестора к риску, так как ожидаемая доходность в явном виде зависит от риска. Основное отличие данной модели от известных моделей в том, что в ней используется линейный риск, который включен в выражение для определения доходности, а взаимодействие, описываемое квадратичной функцией, необходимо максимизировать, чтобы увеличить доходность. Поэтому квадратичная функция не вычитается из доходности, а прибавляется [119]. В результате получается задача квадратичного программирования с линейным ограничением (3.1.9) – (3.1.10). Ее решение можно получить с помощью метода множителей Лагранжа. Запишем функцию Лагранжа:

$$\mathrm{L}(w,\lambda) = 2\tau(\mathbf{w}'\overline{\mathbf{r}} + \mathbf{w}'\hat{\mathbf{d}}) + \mathbf{w}'\mathbf{\Sigma}_{IA}\mathbf{w} - 2\lambda(\mathbf{w}'\mathbf{i} - 1) \tag{3.1.11}$$

и рассмотрим процедуру минимизации критерия (3.1.9) для общего случая, когда в портфель включают произвольное число активов. Дифференцируя (3.1.11) по $\mathbf{w}$ и по λ, получим следующую систему уравнений [18]:

$$\begin{Bmatrix} 2\tau\left(\overline{\boldsymbol{r}} + \widehat{\boldsymbol{d}}\right) + 2\sum_{IA}\boldsymbol{w} - 2\lambda\mathbf{i} = \mathbf{0} \\ \boldsymbol{w}'\boldsymbol{i} - 1 = 0 \end{Bmatrix} \tag{3.1.12}$$

Из первого уравнения этой системы при $\tau = 0$ получаем:

.
$$w = \lambda \Sigma_{IA}^{-1} \boldsymbol{i} \qquad (3.1.13)$$

Подставляя полученное выражение во второе уравнение, получаем:

$$\lambda\, \boldsymbol{i}' \Sigma_{IA}^{-1} \boldsymbol{i} = 1. \qquad (3.1.14)$$

Таким образом, становится ясно, чему равен множитель Лагранжа

$$\lambda = 1 / \boldsymbol{i}' \Sigma_{IA}^{-1} \boldsymbol{i}. \qquad (3.1.15)$$

Подставляя (3.1.15) в (3.1.13), получаем выражение для расчета структуры портфеля с ограниченной доходностью:

$$w_{min} = \frac{1}{\boldsymbol{i}' \Sigma_{IA}^{-1} \boldsymbol{i}} \; \Sigma_{IA}^{-1} \boldsymbol{i} \qquad (3.1.16)$$

Ограниченность доходности объясняется тем, что на структуру этого портфеля оказывает влияние только матрица взаимодействия и не учитывается влияние доходностей активов, включаемых в портфель.

Из первого уравнения этой системы получаем:

$$\textstyle\sum_{IA} \boldsymbol{w} = \lambda \boldsymbol{i} - \tau(\bar{\boldsymbol{r}} + \widehat{\boldsymbol{d}}) \qquad (3.1.17)$$

или

$$\boldsymbol{w} = \lambda \textstyle\sum_{IA}^{-1} \boldsymbol{i} - \tau\, \boldsymbol{i}' \textstyle\sum_{IA}^{-1} (\bar{\boldsymbol{r}} + \widehat{\boldsymbol{d}}). \qquad (3.1.18)$$

Подставляя полученное выражение во второе уравнение системы (3.1.12), придем к следующему выражению:

$$\lambda\, \boldsymbol{i}' \Sigma_{IA}^{-1} \boldsymbol{i} - \tau\, \boldsymbol{i}' \textstyle\sum_{IA}^{-1} (\bar{\boldsymbol{r}} + \widehat{\boldsymbol{d}}) = 1 \qquad (3.1.19)$$

, из которого следует, что

$$\lambda = \frac{1}{\boldsymbol{i}' \Sigma_{IA}^{-1} \boldsymbol{i}} + \tau \frac{\boldsymbol{i}' \sum_{IA}^{-1} (\bar{\boldsymbol{r}} + \widehat{\boldsymbol{d}})}{\boldsymbol{i}' \Sigma_{IA}^{-1} \boldsymbol{i}} \qquad (3.1.20)$$

Используя рассчитанное λ в формуле определения структуры портфеля (3.1.18), получим выражение:

$$\mathbf{w}^* = \frac{1}{\mathbf{i}' \Sigma_{IA}^{-1} \mathbf{i}} \boldsymbol{\Sigma}_{IA}^{-1} \mathbf{i} + \tau \left(\frac{\mathbf{i}' \boldsymbol{\Sigma}_{IA}^{-1} (\bar{\mathbf{r}} + \hat{\mathbf{d}})}{\mathbf{i}' \boldsymbol{\Sigma}_{IA}^{-1} \mathbf{i}} \Sigma_{IA}^{-1} \mathbf{i} - \boldsymbol{\Sigma}_{IA}^{-1} (\bar{\mathbf{r}} + \hat{\mathbf{d}}) \right) \qquad (3.1.21)$$

, с помощью которого определяется оптимальная структура портфеля.

Первое слагаемое в этой сумме (3.1.21) – это портфель ограниченной доходности, а второе слагаемое описывает достаточно сложный механизм формирования доходности портфеля. В нем учитывается и возможная диверсификация активов по средней доходности и ожидаемые изменения доходности каждого актива, включаемого в портфель [18], в зависимости от текущего состояния фондового рынка.

Главное в этом подходе заключается в том, что в его рамках появляются новые возможности для анализа портфельных решений и их практического использования. В частности, один из возможных вариантов применения методики формирования инвестиционных портфелей на базе рыночного взаимодействия излагается в следующем параграфе.

Текст данного параграфа частично изложен в статье Добриной М.В. / В.В. Давнис, М.В. Добрина // Эконометрический подход к алгоритмическому формированию портфеля ценных бумаг. — Современная экономика: проблемы и решения, 2017. — Выпуск № 12 (96). — Статья входит в перечень ВАК, с. 48-58. (№ 18 в списке литературы диссертации)

3.2 Алгоритмический подход к построению портфеля на основе парного взаимодействия активов

Явные элементы новизны обнаруживаются в подходе, реализующем идеи алгоритмического построения портфеля ценных бумаг, предлагаемый вариант которого излагается в данном параграфе. Алгоритмический подход широко использовался для создания электронных автоматов по управлению капиталом, вложенным в один актив. Идеи, которые при этом использовались, в основном заимствовались из технического анализа.

С позиций фундаментального анализа в алгоритмическом подходе, заимствованном из технического анализа, как правило, не устраивало отсутствие содержательной интерпретации результатов моделирования. Это является его главным недостатком. Естественно, основной и наиболее трудоемкой операцией во многих процедурах алгоритмического подхода служит обращение матрицы из вторых производных. В то же время есть элементы, которые можно считать интересными для развития портфельного анализа. Например, в качестве показателя, используемого в целевом критерии, применяется не доходность, а относительный рост. Штольц и Лугоши [148] ввели понятие внутренних потерь, что значительно расширило теоретико-игровую концепцию подобного рода потерь. Кроме того, возникают вопросы, связанные с дальнейшим совершенствованием алгоритмического подхода, в частности, построения алгоритмов, основанных на принципах адаптации, позволяющих более точно воспроизводить изменения, происходящие в стоимости активов, включенных в портфель. Однако, несмотря на возможность проведения дальнейших исследований по совершенствованию алгоритмического построения портфелей с использованием итерационных процедур, ниже рассматривается подход, в котором применяется не итерационная, а пошаговый процесс построения инвестиционного портфеля. В некотором смысле, пошаговая процедура аналогична построению многофакторной регрессионной модели с помощью последовательного отбора факторов, включаемых в модель.

Описание алгоритмической процедуры начнем с рассмотрения построения портфеля для двух активов. Для случая, когда портфель формируется всего из двух активов, а при алгоритмическом построении портфеля интересен именно этот случай, рассмотрим детали механизма формирования такого портфеля. В алгоритмическом построении портфеля важное место занимает простота расчетов. Самый сложный расчет связан с построением модели бинарного выбора (3.1.3), с помощью которой определяются необходимые для расчетов значения вероятностей. . Для этого случая будем предполагать, что такая модель уже построена, и вероятности определены. Используя эти вероятности и средние значения возможных отклонений ожидаемой доходности активов, можем вычислить величину эффекта взаимодействия, на основе которой сформируем матрицу взаимодействия для i – го и k - го активов:

$$\mathbf{\Sigma}_{IA} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2}\mathrm{IA}_{ik} \\ \frac{1}{2}\mathrm{IA}_{ik} & 0 \end{pmatrix} \tag{3.2.1}$$

Специальный вид этой матрицы позволяет без труда определить обратную матрицу, что очень удобно для реализации процедуры алгоритмического построения портфеля. Из (3.1.5) получаем:

$$\mathbf{\Sigma}_{IA}^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{2}{\mathrm{IA}_{ik}} \\ \frac{2}{\mathrm{IA}_{ik}} & 0 \end{pmatrix} \tag{3.2.2}$$

Используя обратную матрицу, подробно распишем определение компонент портфеля ограниченной доходности:

$$\mathbf{\Sigma}_{IA}^{-1}\mathbf{i} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{2}{\mathrm{IA}_{ik}} \\ \frac{2}{\mathrm{IA}_{ik}} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{\mathrm{IA}_{ik}} \\ \frac{2}{\mathrm{IA}_{ik}} \end{pmatrix} \tag{3.2.3}$$

$$\mathbf{i}'\mathbf{\Sigma}_{IA}^{-1}\mathbf{i} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \frac{2}{\mathrm{IA}_{ik}} \\ \frac{2}{\mathrm{IA}_{ik}} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 4\,\mathrm{IA}_{ik} \tag{3.2.4}$$

$$\mathbf{w}_g = \frac{\mathbf{\Sigma}_{IA}^{-1}\mathbf{i}}{\mathbf{i}'\mathbf{\Sigma}_{IA}^{-1}\mathbf{i}} = \begin{pmatrix} 0,5 \\ 0,5 \end{pmatrix} \tag{3.2.5}$$

Получен интересный результат: оказывается, портфель ограниченной доходности является тривиальным портфелем вне зависимости от величины рыночного взаимодействия активов портфеля [14]. Этот факт значительно упрощает алгоритмическое построение портфеля.

Рассмотрим детали формирования второй составляющей портфеля (3.1.4). Проводя по соответствующим формулам последовательные расчеты, получаем:

$$\mathbf{\Sigma}_{IA}^{-1}(\overline{\mathbf{r}}+\mathbf{d})=\begin{pmatrix}0 & \frac{2}{IA_{ik}}\\ \frac{2}{IA_{ik}} & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\overline{r}_i+\hat{d}_i\\ \overline{r}_k+\hat{d}_k\end{pmatrix}=\frac{2}{IA_{ik}}\begin{pmatrix}\overline{r}_k+\hat{d}_k\\ \overline{r}_i+\hat{d}_i\end{pmatrix}, \tag{3.2.6}$$

$$\mathbf{i}'\mathbf{\Sigma}_{IA}^{-1}(\overline{\mathbf{r}}+\hat{\mathbf{d}})=\begin{pmatrix}1, & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\frac{2(\overline{r}_k+\hat{d}_k)}{\mathrm{IA}_{ik}}\\ \frac{2(\overline{r}_i+\hat{d}_i)}{\mathrm{IA}_{ik}}\end{pmatrix}=\frac{2(r_k+\hat{d}_k+r_i+\hat{d}_i)}{\mathrm{IA}_{ik}}, \tag{3.2.7}$$

$$\frac{\mathbf{i}'\mathbf{\Sigma}_{IA}^{-1}(\overline{\mathbf{r}}+\hat{\mathbf{d}})}{\mathbf{i}'\mathbf{\Sigma}_{IA}^{-1}\mathbf{i}}=2\left(\frac{\overline{r}_k+\hat{d}_k+\overline{r}_i+\hat{d}_i}{\mathrm{IA}_{ik}}\right)/\frac{4}{\mathrm{IA}_{ik}}=\frac{\overline{r}_k+\hat{d}_k+\overline{r}_i+\hat{d}_i}{2}. \tag{3.2.8}$$

Окончательно, в соответствии с выражением (3.1.4) получаем, что структуру оптимального портфеля из двух активов можно определить по следующей формуле:

$$w^*=\begin{pmatrix}0,5\\ 0,5\end{pmatrix}+\tau\begin{pmatrix}\frac{r_i+\hat{d}_i-r_k-\hat{d}_k}{IA_{ik}}\\ \frac{r_k+\hat{d}_k-r_i-\hat{d}_i}{IA_{ik}}\end{pmatrix}. \tag{3.2.9}$$

Таким образом, в алгоритмической процедуре на первом шаге для построения портфеля из двух активов используется формула (3.2.3). В соответствии с этой формулой для получения оптимального портфеля необходимо скорректировать тривиальный портфель таким образом, чтобы в нем возросла доля того актива, ожидаемая доходность которого выше, и одновременно уменьшилась доля актива с более низкой ожидаемой доходностью. Ожидаемая доходность определяется с помощью модели. Причем логика корректировки, реализованная в формуле, остается неизменной в любых ситуациях: и когда ожидаемая доходность обоих активов положительная, и когда – отрицательная.

Второй шаг заключается в построении портфеля из трех активов. Для получения такого портфеля необходимо для сформированного на первом шаге портфеля по аналогии с тем, как это делалось для активов, построить модель бинарного выбора с использованием той же самой формулы (3.2.3), а затем определить эффект взаимодействия с включаемым в портфель активом [18].

Приведем результаты расчетов. В вычислительном эксперименте с помощью алгоритмической процедуры был построен портфель из акций «Газпрома», «Сбербанка», «Лукойла», «Норильского никеля» и «НОВАТЭКа». Для каждой ценной бумаги были сформированы модели бинарного выбора [18] (3.1.4).

$$r_1 = 0,184 + 1,073 \cdot [2 \cdot (\exp(0,321 - 1,614 r_I) + 1)^{-1} - 1]$$

$$r_2 = 0,335 + 1,621 \cdot [2 \cdot (\exp(0,397 - 1,162 r_I) + 1)^{-1} - 1]$$

$$r_3 = 0,247 + 1,070 \cdot [2 \cdot (\exp(0,321 - 1,314 r_I) + 1)^{-1} - 1]$$

$$r_4 = 0,216 + 1,780 \cdot [2 \cdot (\exp(0,170 - 1,178 r_I) + 1)^{-1} - 1]$$

$$r_5 = 0,099 + 1,269 \cdot [2 \cdot (\exp(0,183 + 1,042 r_I) + 1)^{-1} - 1]$$

А также были определены ожидаемые доходности:

$$r_1 = 0,632, \quad r_2 = 0,713, \quad r_3 = 0,591, \quad r_1 = 0,826, \quad r_1 = 0,669$$

и матрица эффектов взаимодействия:

$$IA = \begin{pmatrix} 0,827 & 0,792 & 1,059 & 1,018 \\ 0 & 0,722 & 0,989 & 0,948 \\ 0 & 0 & 0,954 & 0,913 \\ 0 & 0 & 0 & 1,180 \end{pmatrix}.$$

Из матрицы взаимодействия определена пара активов с самым высоким эффектом взаимодействия. Это 4 и 5 активы [18]. Для них по формуле (3.2.3) формируется портфель, который принимается за актив, для него строится модель бинарного выбора, и процедура продолжается.

В результате был получен оптимальный портфель следующего вида:

$$\mathbf{w}^* = \begin{pmatrix} 0,148 \\ 0,101 \\ 0,002 \\ 0,363 \\ 0,386 \end{pmatrix},$$

, удовлетворяющий всем требованиям.

Распределение долей активов в оптимальном портфеле будет следующим: доля 1 и 2 актива в 2–3 раза меньше, чем доля 4 и 5 активов; доля 1 актива в 1,5 раза больше, чем 2; доля 3 актива незначительна.

Результаты вычислительного эксперимента показали, что расчетные формулы логически выстроены правильно. Особенно следует отметить, что портфель можно представить эконометрической моделью, что позволяет обсуждать его статистическую надежность [112]. Конечно, осталось много вопросов, которые требуют специальных исследований. Прежде всего, это касается сравнительного анализа с портфельными решениями классического типа. Кроме того, не исследован вопрос зависимости финального результата от выбора первой пары активов [18], включаемых в портфель.

Основные положения данного параграфа частично опубликованы в статье Добриной М.В. / В.В. Давнис, М.В. Добрина // Эконометрический подход к алгоритмическому формированию портфеля ценных бумаг. — Современная экономика: проблемы и решения, 2017. — Выпуск № 12 (96). — Статья входит в перечень ВАК, с. 48-58. (№ 18 в списке литературы диссертации)

3.3 Ранговые решения в портфельном анализе

Развитие математического аппарата моделирования инвестиционных решений выполняется в двух основных направлениях.

Первое направление посвящено модификации математических моделей. Примером данного направления служит модель Тобина, появившаяся позже модели Марковица, в которой была аргументирована возможность оптимального разделения портфеля ценных бумаг на два структурных элемента. Затем вышла в свет модель, описывающая отношение инвестора к риску, и она стала еще актуальной на тот момент времени [150, 151].

Второе же направление заключается в использовании при построении моделей портфельного инвестирования не фактически наблюдаемых показателей, а построенных на их основе эконометрических связей. Начало данного направления было положено У. Шарпом, который разработал свою диагональную модель, построенную с использованием одноиндексных регрессионных уравнений [145]. Применение данной модели привело к новым результатам, которые стали определенны толчком к развитию теории моделирования финансовых рынков [127]. Впоследствии эти умозаключения были усовершенствованы в рамках исследований, направленных на моделирование портфельного инвестирования в условиях глобализации [10]. Во второй главе диссертации была разработана диагональная вероятностная модель портфельного инвестирования.

Хотелось бы заметить, что потенциал второго курса развития математического аппарата моделирования инвестиционных решений, по нашему мнению, раскрыт в неполном объеме. Данное умозаключение базируется не только на общепризнанных традиционных моделях принятия портфельных решений, но и на абсолютно новых предложенных эконометрических моделях.

В этих условиях хотелось бы отметить новую построенную во второй главе модель доходности актива. Особенности данной модели дают возможность увидеть полную картину случайных колебаний на фондовом ранке. В дополнение к этому, применение этой модели способствует расширению информации о предложенном Г. Марковицем множестве инвестиционных возможностей. В этих условиях необходимы новые подходы к моделированию инвестиционных портфелей для формирования расширенного множества.

Сейчас в теории портфельного инвестирования активно применяется оптимизационный подход к формированию портфелей ценных бумаг [76]. При этом портфель ценных бумаг представлен совокупностью ценных бумаг, являющихся собственностью инвестора, которыми он управляет как единым целым, что не включает в себя обязательность оптимальности [121]. Другими словами, наличие разнообразия методов формирования портфеля ценных бумаг не гарантирует оптимальности этих портфелей [120]. Поэтому расширение множества инвестиционных возможностей, о чем было сказано выше, может потребовать новый математический аппарат формирования инвестиционных портфелей. Данный параграф анализирует эту проблему, в нем разработан новый подход к формированию инвестиционных решений.

Заметим, что на фондовом рынке доходность имеет бинарную природу, то есть она может быт представлена как отрицательными, так и положительными величинами [87]. Например, это использовалось в модели Марковица, потому что в ней применялись фактически наблюдаемые значения в сравнении с моделью Шарпа.

Эта модель содержала анализ среднего уровня эффективности рыночных инвестиций, а не текущий уровень доходности выбранной ценной бумаги, которая могла быть представлена отрицательным значением. Шарп же использовал при построении своей диагональной модели портфельного инвестирования линейную регрессионную модель, поэтому в ней не учитывается бинарная природа доходности ценной бумаги. В тоже время, модель Шарпа вписывалась в теорию портфельного инвестирования того времени, так как математический аппарат моделирования процессов с бинарной динамикой еще не был открыт.

Учитывая полезность подхода Шарпа в получении адекватного представления бинарной природы ценных бумаг, в качестве модели будем применять:

$$r_{it} = r_{it-1} + |r_{it-1}| \times x_{it}, \qquad (3.3.1)$$

Здесь доходность любой i–й ценной бумаги определяется суммой предыдущей доходности и произведением абсолютного значения предыдущей доходности $|r_{it-1}|$ и бинарной случайной величины:

$$x_{it} = \begin{cases} +1, & r_{it} > 0 \\ -1, & r_{it} \le 0 \end{cases}. \qquad (3.3.2)$$

При построении этой модели использовались применяемые к построенной во второй главе новой модели доходности актива подходы. Предположим, что бинарная случайная величина имеет логистическое распределение, идентификация которого сопровождается построением логит-модели бинарного выбора со статистически значимыми коэффициентами [77]. Кроме логит-модели для моделирования бинарных переменных изменяется еще и пробит-модель. Но мы будем использовать именно логит-модель в нашем исследовании, так как она более удобна для расчетов и аналитических преобразований. В описываемой нами ситуации логит-модель определяется следующим образом:

$$P_{it} = P(x_{it} = 1 / z_{1t,} z_{2t,} ... z_{mt}) = 1 / (1 + \exp(b_0 + \sum_{k=1}^{m} b_k z_{kt})), i = \overline{1, n} \qquad (3.3.3)$$

По факту, это нелинейная многофакторная регрессионная взаимосвязь, коэффициенты которой рассчитываются методом максимального правдоподобия.

Итак, проблему вычисления коэффициентов логит-модели можно считать решеной, но задача определения факторов z_k, оказывающих воздействие на вероятность получения положительной прибыли от вкладов в ценную бумагу, продолжает оставаться сложной и нараскрытой. Данная сложность проявляется в том, что можно выделить систематические факторы и факторы однократного действия. Разумеется, что построение модели включает использование систематических факторов, к которым относятся индексы, являющиеся индикаторами развития фондового рынка. Российский фондовый рынок, как правило, базируется на использовании индексов РТС и ММВБ. Эти индексы будем считать систематическими факторами логит-модели [17].

Возможность вероятностного распределения (3.2.6) случайной величины x_{it} рассчитывать вероятности согласно рыночным условиям на базе факторов z дает возможность при формировании портфеля ценных бумаг использовать значение математического ожидания модели (3.3.1):

$$\begin{aligned}\overline{r}_{it} &= r_{it-1} + |r_{it-1}| \times E(x_{it}) = r_{it-1} + |r_{it-1}| \times \left[1 \times \widehat{P}_{it} + (-1) \times (1 - \widehat{P}_{it})\right] = \\ &r_{it-1} + |r_{it-1}| \times (2\widehat{P}_{it} - 1).\end{aligned} \tag{3.3.4}$$

Тогда математическое ожидание (3.3.4) обеспечивает более точную аппроксимацию доходности ценной бумаги, чем исходная модель (3.3.1). Формула (3.3.4) – это автопредикторная модель с вероятностным механизмом расчета потенциального уровня доходности ценной бумаги. К тому же, данная формула является достаточно простой и удобной для определения уровня доходности, что дает надежную содержательную интерпретацию [17]. Модель (3.3.4) в отличие от модели Шарпа, характеризующей инвестиционную предпочтительность, показывает вероятность получения разнонаправленных результатов данных вложений при формировании портфеля ценных бумаг.

Уточним, что формула (3.3.4) не является такой простой, какой кажется. Сложность подтверждается, если вероятность P_{it} в (3.3.4) поменять выражением из (3.3.3), тогда получится нелинейная регрессионная модель [15]:

$$r_{it} = r_{it-1} + |r_{it-1}| \times \left[\frac{2}{1+\exp(b_{0i} + \sum_{k=1}^{m} b_{ki} z_{kt})} - 1 \right], \tag{3.3.5}$$

Дадим ей название автопредикторная логит-модель.

Вычисление коэффициентов данного выражения нелинейной регрессии можно выполнить методом максимального правдоподобия без переходного этапа, направленного на определение дискретной переменной x_{it}. Тогда будет отсутствовать логика обоснования вероятностного подхода к определению уровня доходности, что необходимо для адекватного описания и анализа рыночных процессов [17]. По этой причине будем применять в последующих расчетах выражение (3.3.4), заранее вычислив вероятности по формуле (3.3.3).

Помимо доходности при построении инвестиционного портфеля применяется второй структурный элемент эффективного множества инвестиционных возможностей, которым является дисперсия. Выведем формулу для определения дисперсии для ситуации, пи которой уровень доходности определяется по модели (3.3.4). Возьмем за основу общеизвестный метод расчета дисперсии, выполним его преобразование и получим следующее выражение:

$$\begin{aligned} \sigma_{it}^2 &= E\left[(r_{it-1} + |r_{it-1}| \times x_{it} - r_{it-1} - |r_{it-1}| \times (2\widehat{P}_{it} - 1)^2) \right] = \\ &= r_{it-1}^2 \times E\left[(x_{it} - (2\widehat{P}_{it} - 1))^2) \right] = 4r_{it-1}^2 \times \widehat{P}_{it}(1 - \widehat{P}_{it}). \end{aligned} \tag{3.3.6}$$

Итак, на основе автопредикторной логит-модели были получены формулы расчета характеристик множества инвестиционных возможностей, используемых для формирования оптимальных инвестиционных решений.

При этом итоговые ранговые решения построены на основе применения нового подхода для формирования портфеля ценных бумаг при использовании нелинейной модели определения уровня доходности ценной бумаги (3.2.4). Ключевой идеей предложенного подхода служит то, что при построении портфеля ценных бумаг рассчитываются вероятности получения положительной доходности ценных бумаг, которые инвестор может использовать в качестве аргументации выбранного инвестиционного решения. Таким образом, вкладчик обзавелся ещё одним критерием формирования предпочтительного портфеля ценных бумаг, в дополнение к уже имеющимся доходности и риску [17]. При этом наблюдается расширение множества инвестиционных возможностей, что влечет потребность в появлении новых моделей. Например, Шарп с успехом использовал в своей модели дополнительную характеристику множества инвестиционных возможностей - β–коэффициент, который был итогом эконометрического моделирования корреляции между доходностью анализируемой ценной бумаги и средней доходностью фондовой биржи [82].

Для использования вероятностного критерия при построении инвестиционного портфеля предлагается метод, в котором процедура оптимизации заменена процедурой, в основе которой лежат предпочтения. Решение о применении при построении инвестиционного портфеля вероятностных предпочтений пришло на основе анализа формул (3.2.7) и (3.2.9). Согласно выражению (3.2.7), прирост математического ожидания доходности анализируемой ценной бумаги при одинаковых условиях будет выше при более высокой вероятности положительной доходности. Также в соответствии с формулой (3.2.9), если предпочтительной будет вероятность положительной доходности, то дисперсия будет ниже при более высокой вероятности.

Отметим, что здесь вероятность – это показатель, с применением которого можно построить инвестиционный портфель, ориентируясь на два критерия: прирост доходности и риск. Из этого вытекает, что если строится портфель ценных бумаг из двух финансовых активов, то в нем доля должна быть выше у того актива, который обладает большей вероятностью положительной доходности.

Тогда, портфель с наиболее высоким относительным приростом доходности будет выглядеть следующим образом [17]:

$$r_p = \sum_{i=1}^{m} w_i \frac{[r_{it-1}]}{[r_{it}]}(2\hat{P}_{it} - 1) \tag{3.3.7}$$

Такой портфель будет обладать и одновременно наименьшим возможным риском:

$$\sigma_p^2 = 4\sum_{i=1}^{m} w_i^2 r_{it-1}^2 \times \hat{P}_{it}(1 - \hat{P}_{it}), \tag{3.3.8}$$

Этот инвестиционный портфель должен строиться из активов, вероятность положительной доходности которых больше, чем у других. При этом состав подобным образом построенного портфеля должен коррелировать с вероятностной предпочтительностью входящих в структуру портфеля активов [17]. Для построения, удовлетворяющего данным требованиям портфеля ценных бумаг, удобно применять метод парных сравнений, используемый при потроении экспертных оценок [11]. В данном подходе при формировании матрицы парных сравнений будем применять итоги сопоставления активов по вероятности получения положительной доходности вместо экспертных оценок.

Формированию матрицы вероятностных предпочтений предшествует построение вероятностного описания возможностей получения положительной доходности всеми входящими в состав инвестиционного портфеля активами. Данное описание идентифицируется формированием логит-модели бинарного выбора для каждого актива. В итоге для каждого момента времени по каждому активу с применением предложенных моделей определяются в зависимости от рыночной конъюнктуры, характеризуемой соответствующими индексами, вероятности:

$$\begin{matrix} P_{11}, & P_{21}, & \cdots, & P_{m1} \\ P_{12}, & P_{22}, & \cdots, & P_{m2}, \\ \vdots & \vdots & \cdots, & \vdots \\ P_{1n}, & P_{2n}, & \dots, & P_{mn} \end{matrix}$$

Выделим преимущества предложенного метода. Первое преимущество заключается в том, что логит-модель допускает использование нескольких факторов в сравнение с одноиндексной линейной регрессией, применяемой Шарпом в своей модели инвестиционного портфеля. При этом модели различных содержащихся в одном и тот же портфеле ценных бумаг активов могут отличаться набором факторов, влияющих на уровень положительной доходности. Второе преимущество заключается в том, что портфели вероятностного предпочтения могут формироваться для каждого момента времени, что приводит к расширению возможностей портфельного анализа в сопоставлении с той моделью Шарпа, где данная возможность отсутствует.

Согласно выделенным особенностям, матрицу вероятностных предпочтений следует формировать для каждого момента времени согласно правилу, представленнному данной матрицей:

$$\boldsymbol{P_t} = \begin{pmatrix} p_{11} = {P_{1t}}/{P_{1t}} & p_{12} = {P_{1t}}/{P_{2t}} & \cdots & p_{1m} = {P_{1t}}/{P_{mt}} \\ p_{21} = {P_{2t}}/{P_{1t}} & p_{22} = {P_{2t}}/{P_{2t}} & \cdots & p_{2m} = {P_{2t}}/{P_{mt}} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ p_{m1} = {P_{mt}}/{P_{1t}} & p_{m2} = {P_{mt}}/{P_{2t}} & \cdots & p_{mm} = {P_{mt}}/{P_{mt}} \end{pmatrix} . \qquad (3.3.9)$$

В этой матрице есть некоторые отличительные особенности. Все ее элементы являются положительными числами. При этом ценные бумаги с нулевым уровнем вероятности положительной доходности не исследуются. В этом случае диагональ матрицы по правилу расчета элементов содержит единицы, а каждая строка включает положительные значения больше или меньше единицы в зависимости от результата сопоставления вероятностей [17]. Тогда произведение симметричных элементов равно единице, то есть $p_{ij} \cdot p_{ji} = 1$.

Также заметим, что эта матрица обладает свойством неразложимости, по которому среди номеров строк и столбцов нельзя выделить подмножества I и J, для которых верно $p_{ij} = 0$. Это означает, что при смене мест столбцов и строк неразложимой матрицы нельзя ее привести к следующему виду:

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} \mathbf{P}_{11} & \mathbf{P}_{12} \\ \mathbf{0} & \mathbf{P}_{22} \end{pmatrix}, \qquad (3.3.10)$$

где $\mathbf{P}_{11}$ и $\mathbf{P}_{22}$ являются квадратными матрицами.

Если же матрица неотрицательная (все $p_{ij} \geq 0$) и неразложимая, а матрица вероятностных предпочтений является таковой, тогда по теореме Фробениуса-Перрона самое большое значение собственной величины является действительной положительной величиной, в этих условиях собственный вектор, описывающий эту собственную величину, включает положительные величины, определяемые конкретным итерационным образом [17].

Таким образом, для каждого временного интервала можно построить портфель ценных бумаг вероятностных предпочтений в виде нормированного собственного вектора матрицы вероятностных предпочтений $\mathbf{P}_t$, рассчитываемого следующим образом:

$$\upsilon_t^k = P_t \times \hat{\upsilon}_t^{k-1} \qquad (3.3.11)$$

$$\hat{\upsilon}_{it}^k = \frac{\upsilon_{it}^k}{\sum_{i=1}^{m} \upsilon_{it}^k}, i = \overline{1,m} \qquad (3.3.12)$$

Итерационный процесс длится до того момента, пока разница между компонентами матрицы, рассчитанными в двух последовательных итерациях, не станет меньше выбранной точности ε, а именно:

$$\max_i \left|\hat{v}_{it}^{k} - \hat{v}_{it}^{k-1}\right| < \varepsilon \tag{3.3.13}$$

Результатом данного процесса будет вектор, компоненты которого представлены весовыми коэффициентами инвестиционного портфеля, главным отличием которого в сравнение с определяемыми с помощью оптимизационного метода портфелями, является то, что в нем не применяются «короткие продажи», так как у вектора, определяющего состав этого портфеля, должны отсутствовать отрицательные компоненты [17]. Другой отличительной особенностью данного портфеля является то, что это портфель текущего момента, так как в следующий момент времени вероятности могут претерпеть изменения, и, как следствие, поменяются и вероятностные предпочтения и, следовательно, изменится и состав инвестиционного портфеля.

$$v_t = (v_{1t}, v_{2t}, \dots, v_{mt}), t = \overline{1,n}. \tag{3.3.14}$$

Построенные таким образом портфели ценных бумаг с учетом условий рынка предоставляют возможность охарактеризовать дополнительные опции анализа портфельных решений. Эти дополнительные опции с результатами их использования при анализе инвестиционных портфельных решений рассмотрены ниже.

Во-первых, представим процесс построения усредненного портфеля ценных бумаг, эффективность которого можно сравнить с портфелем Марковица. Портфель ценных бумаг Марковица строится оптимизационным методом, что подразумевает формирование портфеля ценных бумаг путем усреднения данных определенного временного промежутка времени. В этих условиях метод вероятностных предпочтений не ограничивает построение портфеля ценных бумаг, основанное на итогах применения специального подхода усреднения актуальных портфелей ценных бумаг соответствующего времени. Построение такого портфеля ценных бумаг осуществляется на основе итерационного метода, исходные данные которого представлены в виде матрицы, сформированной на основе весовых коэффициентов актуальных портфелей ценных бумаг:

$$V = \begin{pmatrix} v_{11} & v_{21} & \cdots & v_{m1} \\ v_{12} & v_{22} & \cdots & v_{m2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ v_{1n} & v_{2n} & \cdots & v_{mn} \end{pmatrix} \qquad (3.3.15)$$

Последовательность выполнения расчетов с целью формирования итогового портфеля ценных бумаг по данному методу следующая: вначале формируется портфель ценных бумаг как среднее арифметическое актуальных портфелей ценных бумаг. Для этого используется вектор равновеликих весовых коэффициентов, определяемый следующим образом [17]:

$$g_1 = (g_{11}, g_{12}, \ldots, g_{1n}) = (\frac{1}{n}, \frac{1}{n}, \ldots, \frac{1}{n}), \qquad (3.3.16)$$

перемножение которого с матрицей (3.3.8) на первом шаге приведет к получению первой итерации усредненного портфеля ценных бумаг:

$$w_1 = V' \times g_1. \qquad (3.3.17)$$

Второй шаг заключается в вычислении вектора весовых коэффициентов по следующему принципу:

$$g_2 = V \times W_1. \qquad (3.3.18)$$

$$\hat{g}_{2k} = \frac{g_{2k}}{\sum_{j=1}^{m} g_{2j}}, k = \overline{1,m}. \tag{3.3.19}$$

.

Проверка весовых коэффициентов осуществляется на основе того, что величина скалярного произведения характеризуется схожестью рангового вероятностного портфеля ценных бумаг с ранговым усредненным портфелем ценных бумаг. Таким образом, следующая итерация заключается во включении в усредненный портфель ценных бумаг вероятностных портфелей, ранговый коэффициент которых в основном превышает значение прошлого промежутка времени. В итоге, вторая итерация усредненного портфеля ценных бумаг определяется на основе уточненных весовых коэффициентов:

$$w_2 = V' \times g_2. \tag{3.3.20}$$

Если же отказаться от нормирования весовых коэффициентов на каждом этапе выполнения процесса, то для произвольного t вычисляется вектор:

$$w_t = V'V \times w_{t-1}. \tag{3.3.21}$$

, нормированный итог которого определяется следующим образом:

$$w_{tk} = \frac{w_{tk}}{\sum_{j=1}^{m} w_{tj}}, k = \overline{1,m}, \tag{3.3.22}$$

Что служит усредненным портфельным решением. Итерационная процедура продолжается до получения почти совпадающих двух соседних итераций, т.е. подтверждения неравенства аналогичного неравенству (3.3.6).

Данный метод построения ранговых портфелей в сопоставлении с оптимизационным методом значительно расширяет возможности портфельного анализа инвестиционных решений по причине того, что исследуется динамика инвестиционных решений [17].

Опишем данный подход вычислениями. Исходные данные представляются котировками акций российских эмитентов: Газпром, Сбербанк, Лукойл, Норильский никель, НОВАТЭК, Магнит, Роснефть, Татнефть, а также индексами РТС и ММВБ. Уточним, что все котировки акций и значения индексов S_{it} были предварительно переведены в доходности, потом было выполнено сглаживание, предоставляющее возможность избавления данных от стохастических колебаний. При этом окно скользящей средней, с использованием которой производилось сглаживание, описывается пятью наблюдениями.

Затем были сформированы ряды дихотомических переменных по сглаженных данным, используемые в виде дискретных зависимых переменных в логит-моделях.

После выполнения сглаживания и формирования дискретных зависимых переменных для каждой ценной бумаги были построены логит-модели бинарного выбора. При этом в качестве факторов, от которых зависит вероятность положительной доходности, были выбраны индексы РТС и ММВБ. Результаты расчетов описаны в таблице 3.3.1.

Уточним, что сформированные модели обладают разным количеством факторов. Наличие данной возможности было указано выше.

Таблица 3.3.1

Показатели моделей бинарного выбора

Обозначения	Коэффициенты	Стандартная Ошибка	t-статистика	Вероятность ошибки
Газпром				
b0	0,1764997	0,274829	0,642216	0,520733
b1	2,31098756	0,843607	2,739414	0,006155
b2	-7,4490906	2,018119	-3,69111	0,000223
Сбербанк				
b0	0,59517828	0,303192	1,96304	0,049642
b2	-5,8138225	1,391108	-4,17927	2,92E-05
Лукойл				
b0	-0,6884105	0,278906	-2,46825	0,013577
b2	-3,8272523	1,021992	-3,74489	0,00018
Норильский никель				
b0	-0,2912661	0,246621	-1,18103	0,237592
b2	-2,4889356	0,806658	-3,08549	0,002032
НОВАТЭК				
b0	-0,7606696	0,297433	-2,55745	0,010544
b2	-4,7832371	1,189273	-4,02198	5,77E-05
Магнит				
b0	0,12750188	0,246045	0,518206	0,604314
b2	-2,6393977	0,826932	-3,19179	0,001414
Роснефть				
b0	-0,5014708	0,267039	-1,87789	0,060396
b1	2,50367857	0,903001	2,772619	0,005561
b2	-6,2287455	1,853729	-3,36012	0,000779
Татнефть				
b0	-0,2160544	0,276001	-0,7828	0,433743
b1	2,79263189	0,930143	3,002369	0,002679
b2	-8,0167928	2,137753	-3,7501	0,000177

У всех моделей, показатели по которым описаны в таблице 3.3.1, коэффициенты b_1 и b_2 являются значимыми при факторных переменных. При этом свободный член b_0 в большинстве моделей является незначимым.

Для иллюстрации выполненных расчетов, представим полученные модели бинарного выбора:

$$P_1 = 1/(1-\exp(0,1765+2,3110\times r_{i1}-7,4491\times r_{i2})$$

$$P_2 = 1/(1-\exp(0,5952-5,8138\times r_{i2})$$

$$P_3 = 1/(1-\exp(-0,6884-3,8272\times r_{i2}))$$

$$P_4 = 1/(1-\exp(-0,2913-2,4889\times r_{i2}))$$

$$P_5 = 1/(1-\exp(-0,7607-4,7832\times r_{i2}))$$

$$P_6 = 1/(1-\exp(0,1275-2,6394\times r_{i2}))$$

$$P_7 = 1/(1-\exp(-0,5015+2,5037\times r_{i1}-6,2288\times r_{i2}))$$

$$P_8 = 1/(1-\exp(-0,2160+2,7926\times r_{i1}-8,0168\times r_{i2}))$$

На основе этих моделей для любого времени по каждой ценной бумаге выполнялось вычисление вероятностей положительной доходности. В ситуации, когда $r_{i1} = 0,5126$, $r_{i2} = 0,4126$, вероятности приведены в таблице 3.3.3. По этим вероятностям построена матрица вероятностных предпочтений [17], оформленная в виде таблицы 3.3.2.

Таблица 3.3.2

Матрица вероятностных предпочтений

0,8472	0,8472	0,8472	0,8472	0,8472	0,8472	0,8472	0,8472
0,8586	0,8586	0,8586	0,8586	0,8586	0,8586	0,8586	0,8586
0,9062	0,9062	0,9062	0,9062	0,9062	0,9062	0,9062	0,9062
0,7889	0,7889	0,7889	0,7889	0,7889	0,7889	0,7889	0,7889
0,9390	0,9390	0,9390	0,9390	0,9390	0,9390	0,9390	0,9390
0,7234	0,7234	0,7234	0,7234	0,7234	0,7234	0,7234	0,7234
0,8567	0,8567	0,8567	0,8567	0,8567	0,8567	0,8567	0,8567
0,8902	0,8902	0,8902	0,8902	0,8902	0,8902	0,8902	0,8902

Собственный вектор этой матрицы описывает структуру рангового портфеля ценных бумаг. Все структурные составляющие этого портфеля ценных бумаг представлены в таблице 3.3.1. Они являются положительными величинами, согласованными с вероятностными значениями, а значит имеют ту же упорядоченность, что и вероятности. Упорядоченность рангового усредненного портфеля ценных бумаг отличается от упорядоченности актуального портфеля ценных бумаг. Его ранговая структура полностью соответствует средним вероятностям положительной доходности ценных бумаг. Таким образом, при формировании рангового усредненного портфеля ценных бумаг можно использовать тот же метод, что и при построении актуального рангового портфеля ценных бумаг [17].

Таблица 3.3.3

Итоги моделирования рангового портфеля ценных бумаг

Газпром	Сбербанк	Лукойл	Норильск никель	НОВАТЭК	Магнит	Роснефть	Татнефть
Вероятности							
0,847166	0,858609	0,906163	0,788895	0,939025	0,723441	0,856705	0,890167
Актуальный ранговый инвестиционный портфель							
0,124397	0,126077	0,13306	0,115841	0,137886	0,10623	0,125798	0,130711
Средние вероятности							
0,493671	0,405063	0,620253	0,556962	0,620253	0,468354	0,632911	0,56962
Ранговый усредненный инвестиционный портфель							
0,114092	0,083306	0,140731	0,128383	0,143411	0,105154	0,15414	0,130782
Инвестиционный портфель Марковица							
0,359169	0,074111	-0,16854	0,056233	0,209154	0,071434	0,055723	0,342719

Результаты сравнения рангового усредненного инвестиционного портфеля [17] с портфелем ценных бумаг Марковица приводят к нахождению существенной разницы. Она заключается в том, что акции Лукойла входят в «короткие продажи» портфеля ценных бумаг Марковица, а в ранговой структуре усредненного портфеля ценных бумаг заняли третье место. Это говорит о том, что методы формирования ранговых инвестиционных портфелей и оптимальных инвестиционных портфелей имеют существенные различия.

Проведем еще и сравнение рангового инвестиционного портфеля с оптимальным инвестиционным портфелем по критерию доходности. Ранговый инвестиционный портфель в отличие от оптимального инвестиционного портфеля не обладает возможностью контроля уровня доходности для инвестора, то есть все основано на возникших на фондовом рынке условиях.

Можно было бы сравнить еще и риски этих портфелей ценных бумаг, но такое сопоставление нельзя назвать корректным, так как риск портфеля ценных бумаг Марковица представлен среднеквадратическим отклонением от среднего уровня, а риск рангового инвестиционного портфеля характеризуется вероятностями положительной доходности.

Представим структуру актуальных ранговых портфелей ценных бумаг в дискретном виде, при этом имеется возможность расчета авторангового коэффициента между двумя соседними портфелями ценных бумаг для проведения анализа ранговой структуры актуальных портфелей ценных бумаг. Таблица 3.3.4 содержит динамику авторанговых коэффициентов.

Таблица 3.3.4

Динамика авторанговых коэффициентов

Номера наблюдений						
1 - 11	12 – 22	23 - 33	34 – 44	45 – 55	56 - 66	67 – 77
Величины авторанговых коэффициентов						
0,952381	0,928571	1	0,785714	0,761905	0,714286	0,809524
0,833333	0,857143	1	0,952381	0,97619	0,928571	0,97619
0,880952	0,97619	1	0,880952	**-0,09524**	0,690476	1
1	1	0,738095	0,738095	0,880952	0,880952	0,952381
0,904762	0,928571	**-0,59524**	0,738095	0,690476	0,97619	1
0,952381	0,97619	1	0,952381	0,809524	0,97619	0,642857
0,97619	0,738095	0,690476	1	1	0,904762	0,857143
0,666667	0,785714	0,857143	0,071429	1	0,809524	0,904762
0,833333	0,880952	0,952381	0,738095	0,714286	0,97619	0,952381
0,809524	0,809524	0,166667	0,952381	0,833333	1	0,952381
0,97619	0,904762	0,809524	0,833333	0,97619	0,904762	0,404762

Приведенные в таблице 3.3.4 значения авторанговых коэффициентов корреляции демонстрируют, что предпочтительность одинаковых ценных бумаг держится на протяжении длительного интервала времени, при этом возможна смена лидеров предпочтительности на противоположную. В этих условиях сигналом смены предпочтительности служат отрицательные значения авторанговых коэффициентов корреляции. При этом любая перемена предпочтительности приводит к наступлению периода устойчивости нового порядка предпочтительности [17].

Таким образом, результаты выполненного исследования показали, что ранговый портфельный анализ является новым инструментом анализа фондового рынка.

Применение для иллюстрации динамики фондового рынка эконометрических моделей с дискретной зависимой переменной расширило существующий инструментарий построения и анализа инвестиционых решений. При этом автопредикторная модель дала возможность нового описания ключевых показателей множества инвестиционных возможностей. Для определения этих характеристик применялись вероятностные оценки, которые стали толчком к формированию дихотомического вида стохастической особенности доходности ценных бумаг [17].

К тому же, автопредикторная модель подтвердила, что оптимизационный метод аргументации инвестиционных решений [17] следует заменить инструментом вероятностных предпочтений, с помощью которого формируются ранговые портфели ценных бумаг, способствующие значительному расширению портфельного анализа.

В дополнение к этому, выявленные дополнительные возможности не только способствуют расширению имеющегося инструментария принятия инвестиционных решений, но и являются безусловным стимулом развития результатов проведенных исследований, включающих в себя совершенствование моделей и методов рангового портфельного анализа инвестиционных решений.

Текст параграфа изложен в статье Добриной М.В. / В.В. Давнис, М.В. Добрина // Ранговый портфельный анализ. — Современная экономика: проблемы и решения, 2019. — Выпуск № 3 (111). — Статья входит в перечень ВАК, с. 21-36 (№ 17 в списке литературы диссертации).

Заключение

В результате выполнения исследования была достигнута поставленная цель работы: предложены математические модели для реализации новых подходов к моделированию портфелей ценных бумаг в условиях бинарной неопределенности фондового рынка.

Достигнутая в работе цель основана на решении комплекса задач, определяющих логику диссертационного исследования. К данным задачам относятся:

- моделирование доходности в случайной среде бинарных ожиданий;
- анализ дважды бинарного подхода к построению модели доходности актива и оценка возможностей его применения при моделировании портфельных решений;
- построение диагональной вероятностной модели портфельного инвестирования и исследование ее основных свойств;
- построение модели портфельного инвестирования на основе рыночного взаимодействия финансовых активов;
- разработка алгоритмического подхода к построению портфеля на основе парного взаимодействия активов;
- оценка возможности применения ранговых решений в портфельном анализе.

В диссертационной работе автором исследовались особенности финансового моделирования инвестиционных решений, а также был определен и предложен алгоритм финансового моделирования принятия инвестиционных решений с применением прикладных программных продуктов, позволяющих сократить трудоемкость и получить достоверные результаты, исходя из заданных исходных параметров.

Эффективный анализ сложных и неопределенных ситуаций, связанных с принятием стратегических инвестиционных решений, строится на основе финансового моделирования и соответствующей инструментальной базы.

При этом роль финансовой модели как структурного элемента экономического обоснования портфеля ценных бумаг претерпела значительные перемены за последние годы. Она трансформировалась в один из самых главных показателей грядущего успеха портфеля ценных бумаг. Отметим, что финансовое моделирование наращивает актуальность, если уменьшается доступность и растет стоимость внешнего финансирования.

Проведенные в диссертации теоретические и прикладные исследования бинарного рыночного механизма формирования доходности финансовых активов позволили оценить необходимость применения новых подходов к построению моделей доходности актива. Свойства предложенных моделей позволили создать новый подход к построению моделей портфельного инвестирования. Основная особенность этого подхода представляется тем, что благодаря сформированной модели определяется единственная характеристика в виде вероятности положительной доходности ценной бумаги, с помощью которой идентифицируются и доходность, и риск актива, описывающие в портфельной теории Марковица множество инвестиционных возможностей. Это позволяет уточнить и даже пересмотреть отдельные факты в теории финансовых рынков.

На основе принципов, сформулированных Марковицем, в диссертации построена диагональная модель портфельного инвестирования и проведены вычислительные эксперименты, содержательная интерпретация результатов которых отличается от интерпретации Марковица. Если из результатов, полученных Марковицем, следовало, что чем выше уровень ожидаемой доходности, тем выше уровень риска, то из полученных в диссертации итогов можно сделать следующий вывод: риск тем выше, чем больше отклонение ожидаемой доходности от возможностей рынка. Это заметное уточнение характера связи риска с доходностью, из которого следует необходимость решения новых задач, ориентированных на развитие теории финансового рынка.

Идеи, лежащие в основе предложенного подхода, позволили разработать модель на принципе рыночного взаимодействия финансовых активов. В данной модели вместо квадратичного риска используется линейный риск, позволяющий определить не только величину риска, но и его направленность. В качестве критерия оптимизации портфеля в этой модели использовалась функция полезности специального вида. Для случая, когда портфель строится из двух активов, предлагается специальный способ построения портфеля, по сути, являющийся мостиком, связывающим между собой фундаментальный и технический анализ и позволяющий в задачах технического анализа использовать идеи фундаментального.

При определении значений основных характеристик множества инвестиционных возможностей с помощью вероятности положительной доходности актива было установлено, что при росте вероятности доходность увеличивается, а риск снижается. Этот факт стал отправным моментом для исследования возможности формирования портфеля ценных бумаг на основе аппарата парных предпочтений. Результаты исследования показали, что портфели, построенные на основе предпочтений, отличаются от оптимальных, так как в них отсутствуют короткие продажи. В то же время эффективность этих портфелей в тех случаях, когда требования к доходности чрезмерно не завышаются, оказалась вполне сопоставимой с эффективностью портфелей Марковица.

Важно отметить, что все отмеченные выше результаты получены в рамках единого подхода, возможности которого, без сомнения, не исчерпаны. Прежде всего, это касается практического аспекта использования полученных результатов. Предложенный подход обеспечивает оперативную возможность контроля оптимальности портфельного решения, что позволяет говорить об аналогии данного подхода с методикой определения стоимости опционов. Дальнейшее совершенствование этого подхода позволяет надеяться на создание инструмента, который будет использоваться биржей.

Научная новизна исследования проведенного исследования заключается в следующем:

1) предложен дважды бинарный подход к построению модели доходности актива. Данный подход имеет прикладное значение, связанное с упрощением технологий обработки большого массива данных. Этот подход особенно эффективен при осуществлении многомерных вычислений, моделировании многомерных процессов (показателей регионов, стоимости финансовых активов и т.п.);

2) построена диагональная вероятностная модель портфельного инвестирования, с помощью которой проведено уточнение результата Марковица о характере связи риска с доходностью. Анализ вычислительных экспериментов с этой моделью показал, что увеличение риска происходит по мере удаления ожидаемой доходности портфеля от инвестиционного потенциала рынка, а не от увеличения ожидаемой доходности;

3) разработана методика построения портфеля с линейным риском, учитывающим результат рыночного взаимодействия финансовых активов. Оптимизация портфеля ценных бумаг в рамках этой методики основана на максимизации функции полезности, отражающей процесс формирования

доходности активов в условиях бинарной неопределенности фондового рынка;

4) обоснована алгоритмическая процедура формирования портфеля ценных бумаг, предусматривающая реализацию процесса последовательной оптимизации портфелей из двух активов, результат рыночного взаимодействия между которыми, рассчитываемый по выведенной формуле, имеет максимальное значение. Используемая в процедуре формула может успешно применяться в техническом анализе, обеспечивая перенос идей фундаментального анализа в технический;

5) обоснована возможность формирования ранговых портфельных решений, при построении которых численная оптимизация заменена процедурой предпочтений, обычно используемой в обработке экспертных данных. Такая замена основывается на зависимости доходности и риска от единственной характеристики - вероятности положительной доходности актива, предпочтения по которой одновременно приводят к росту доходности и снижению риска.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абрамова А.Е. Инвестиционные фонды: доходность и риски, стратегии управления портфелем, объекты инвестирования в России. - М.: Альпина Бизнес Букс. - 2009. - 368 с.

2. Алексеев М.Ю. Рынок ценных бумаг. - М.: Финансы и статистика. - 2011. - 254 с.

3. Бартон Т., Шенкир У. Риск-менеджмент. Практика ведущих компаний. М.: ИД «Вильямс». - 2008. – 208 с.

4. Борисов А.Н., Борисов Н.А., Добрина М.В., Каширина И.Л. Упреждающее описание вейвлет-нейронной сети в прогнозировании финансовых котировок. - М: Маска. – Моска. - 2020. – 142 с.

5. Бочаров В. В. Инвестиционный менеджмент. - СПб: Питер. - 2011. - 156 с.

6. Булатов А.С. Теории и анализ инвестиций. - Вопросы экономики. - №1. - 2009. - 74-77 с.

7. Буренин А.Н. Управление портфелем ценных бумаг. – М.: НТО имени академика Вавилова С.И. - 2008. – 440 с.

8. Гибсон Р. Формирование инвестиционного портфеля: управление финансовыми рисками. – М.: Альпина Бизнес Букс. - 2008. – 276 с.

9. Грязнова А.Г., Корнеева Р.В., Галанова В.А. Биржевая деятельность. - М.: Финансы и статистика, 2008. - 268 с.

10. Давнис В.В. Двухуровневый механизм глобализации и модели портфельного инвестирования на его основе / В.В. Давнис, В.А. Фетисов // Современная экономика: проблемы и решения. - 2015. - № 7(67). – с. 8-21.

11. Давнис В.В. Модели портфельного инвестирования в финансовые активы: учебное пособие для слушателей магистерских

программ / В.В. Давнис, В.И. Тинякова // Воронеж: Центр научно-технической информации. - 2010. – 112 с.

12. Давнис В.В. Прогнозные модели экспертных предпочтений: монография / В.В. Давнис, В.И. Тинякова // Воронежский государственный университет. – Воронеж: Издательство Воронежского государственного университета. - 2005. – 248 с.

13. Давнис В.В., Добрина М.В. Алгоритм расчета VaR в технологии RiskMetrics. - Информационные технологии в строительных, социальных и экономических системах. - Воронежский государственный технический университет. - Выпуск № 4 (14). – Воронеж. - 2018. – с. 44-47.

14. Давнис В.В., Добрина М.В. Алгоритмическое моделирование портфеля ценных бумаг. - Экономическое прогнозирование: модели и методы. – Воронежский государственный университет. – Воронеж. – 2017. - с. 118-123.

15. Давнис В.В., Добрина М.В. Модели доходности активов и их применение в моделях портфельного инвестирования. - Экономическое прогнозирование: модели и методы. - Воронежский государственный университет. – Воронеж. – 2016. - с. 197-200.

16. Давнис В.В., Добрина М.В. Оценка и интерпретация рисков на фондовом рынке. - Теория и практика функционирования финансовой и денежно-кредитной системы России. - Воронежский государственный университет. – Воронеж. – 2019. - с. 19-21.

17. Давнис В.В., Добрина М.В. Ранговый портфельный анализ. - Современная экономика: проблемы и решения, 2019. - Выпуск № 3 (111). – (Статья входит в перечень ВАК). - с. 21-36.

18. Давнис В.В., Добрина М.В. Эконометрический подход к алгоритмическому формированию портфеля ценных бумаг. - Современная экономика: проблемы и решения, 2017. - Выпуск № 12 (96) (Статья входит в перечень ВАК). - с. 48-58.

19. Давнис В.В., Добрина М.В., Белокопытова Т.Н. Эконометрические модели с дискретной зависимой переменной в портфельном анализе. - Современная экономика: проблемы и решения, 2018. - Выпуск № 12 (108) (Статья входит в перечень ВАК). - с. 8-19.

20. Давнис В.В., Добрина М.В.,Чекмарев А.В. Адаптивно-имитационные модели и их применение в таргет-имитировании целевых значений. - Экономическое прогнозирование: модели и методы. - Воронежский государственный университет. – Воронеж. - 2018. – с. 164-169.

21. Давнис В.В., Добрина М.В., Чекмарев А.В. Применение байесовских методов для повышения точности прогноза доходности инвестиционного портфеля. - Электронный бизнес: проблемы, развитие и перспективы. - Воронежский государственный университет. – Воронеж. – 2018. - с. 44-47.

22. Давнис В.В., Добрина М.В., Чекмарев А.В. Современные тенденции в развитии аппарата экономического прогнозирования. - Информационные технологии в строительных, социальных и экономических системах. - Воронежский государственный технический университет. - Выпуск № 2 (16). – Воронежю - 2019. – с. 74-78.

23. Давнис В.В., Зироян М.А., Комарова Е.В., Тинякова В.И. Прогнозное обоснование инвестиционных решений на финансовых рынках. – Русайнс. - Москва. - 2015. - 218 с.

24. Давнис В.В., Каковкина Т.В., Тинякова В.И. Риск-управляемая модель оптимального портфельного инвестирования. - Современная экономика: проблемы и решения. - Воронежский государственный университет. - Выпуск № 10 (82). – Воронеж. 2016. - с. 21-34.

25. Давнис В.В., Тинякова В.И. Адаптивные модели: анализ и прогноз в экономических системах. – Монография. - Воронежский государственный университет. – Воронеж. - 2006. – 353 с.

26. Добрина М.В. Алгоритм метода Мартингейл на FOREX. - Экономическое прогнозирование: модели и методы. - Воронежский государственный университет. – Воронеж. – 2017. - с. 87-90.

27. Добрина М.В. Алгоритмы управления портфелем в режиме онлайн. - Электронный бизнес: проблемы, развитие и перспективы. - Воронежский государственный университет. – Воронеж. – 2017. - с. 38-40.

28. Добрина М.В. Дважды бинарный метод построения модели доходности финансового актива: идентификация, анализ и прогноз. - Современная экономика: проблемы и решения, 2022. - Выпуск № 1 (Статья входит в перечень ВАК). - с. 184-195.

29. Добрина М.В. Инструментальные средства управления портфелем инвестиций. - Современная математика и концепции инновационного математического образования. – Финансовый Университет при Правительстве РФ. - Т. 10. № 1. – Москва. - 2023. - с. 256-259.

30. Добрина М.В. Итерационный алгоритм оптимизации инвестиционного портфеля в системе Matlab-Simulink. - Информационные технологии в строительных, социальных и экономических системах. - Воронежский государственный архитектурно-строительный университет. - Выпуск № 2. – Воронеж. – 2017. - с. 89-92.

31. Добрина М.В. Классификация рисков портфеля ценных бумаг. - Информационные технологии в строительных, социальных и экономических системах. - Воронежский государственный технический университет. - Выпуск № 3 (13). – Воронеж. – 2018. - с. 39-42.

32. Добрина М.В. Критика модели CAPM и новые подходы к оценке риска. - Экономическое прогнозирование: модели и методы. - Воронежский государственный университет. – Воронеж. – 2018. - с. 195-199.

33. Добрина М.В. Модель ARIMA в машинном обучении: прогнозирование временных рядов. - Мягкие измерения и вычисления, 2024. - Т. 74. № 1 (Статья входит в перечень ВАК). - с. 36-47.

34. Добрина М.В. Оптимизация инвестиционного портфеля Дж. Тобина для максимальной эффективности. - Информационные технологии в строительных, социальных и экономических системах. - Воронежский государственный технический университет. - Выпуск № 1-2 (11-12). - Воронеж. – 2018. - с. 56-59.

35. Добрина М.В. Оптимизация инвестиционного портфеля Дж.Тобина для минимального риска. - Информационные технологии в строительных, социальных и экономических системах. - Воронежский государственный архитектурно-строительный университет. - Выпуск № 2. - Воронеж. – 2017. - с. 30-33.

36. Добрина М.В. Оптимизация инвестиционного портфеля с применением Microsoft Excel. - Информационные технологии в строительных, социальных и экономических системах. - Воронежский государственный технический университет. - Сборник № 1(15). - Воронеж. - 2017. – с. 65-72.

37. Добрина М.В. Оценка и интерпретация рисков на фондовом рынке: основные подходы. - Современная экономика: проблемы и решения, 2019. - Выпуск № 2 (110) (Статья входит в перечень ВАК). - с. 30-40.

38. Добрина М.В. Оценка инвестиционного портфеля по критерию риска. - Информационные технологии в строительных, социальных и экономических системах - Воронежский государственный технический университет. - Выпуск № 2 (16). – Воронеж. - 2019. – с. 22-26.

39. Добрина М.В. Проблема выбора портфеля ценных бумаг. - Экономика в инвестиционно-строительном комплексе и ЖКХ. - Воронежский государственный технический университет. - Выпуск № 1(15). – Воронеж. – 2018. - с. 162-165.

40. Добрина М.В. Санкт-Петербургский парадокс и его применение в задачах моделирования финансовых рынков. - Современная экономика: проблемы и решения, 2017. - Выпуск № 11 (95) (Статья входит в перечень ВАК). - с. 20-30.

41. Добрина М.В. Современные информационные технологии в управлении инвестиционным портфелем. - Информационные технологии в строительных, социальных и экономических системах. - Воронежский государственный технический университет. - Выпуск № 1-2 (11-12). – Воронеж. - 2018. - с. 95-98.

42. Добрина М.В. Теория Эрроу о неприятии риска. - Электронный бизнес: проблемы, развитие и перспективы. - Воронежский государственный университет. – Воронеж. – 2018. - с. 9-12.

43. Добрина М.В. Управление портфелем ценных бумаг: поиск эффективной границы. - Информационно-измерительные и управляющие системы, 2023. - Т. 21. № 6 (Статья входит в перечень ВАК). - с. 64-71.

44. Добрина М.В. Формирование оптимального инвестиционного портфеля Марковица. - Экономика и предпринимательство. - Воронежский государственный архитектурно-строительный университет. - Сборник № 1(14). – Воронеж. - 2017. – с. 158-163.

45. Добрина М.В. Функции полезности и их применение в моделировании портфельных решений. - Современная экономика: проблемы и решения, 2017. - Выпуск № 8 (92) (Статья входит в перечень ВАК). - с. 64-76.

46. Добрина М.В. Эффекты портфельного инвестирования. - Экономика в инвестиционно-строительном комплексе и ЖКХ. - Воронежский государственный технический университет. - Выпуск № 1(16). – Воронеж. – 2019. - с. 181-186.

47. Добрина М.В., Алексейко М.Д., Цеско Е.Э. Рынок электронной коммерции: сущность и направления совершенствования. - Электронный

бизнес: проблемы, развитие и перспективы. - Воронежский государственный университет. – Воронеж. - 2019. – с. 119-122.

48. Добрина М.В., Чекмарев А.В. Riskmetrics как система оценки рисков портфеля ценных бумаг. - Информационные технологии в строительных, социальных и экономических системах. - Воронежский государственный технический университет. - Выпуск № 3 (13). – Воронеж. – 2018. - с. 18-21.

49. Добрина М.В., Шишацский А.В. Инструментальные методы прогнозирования на криптовалютном рынке. - Экономическое прогнозирование: модели и методы. - Воронежский государственный университет. – Воронеж. - 2018. – с. 131-136.

50. Дубровин В. И., Юськив О. И. Модели и методы оптимизации выбора инвестиционного портфеля. - Запорожский национальный технический университет. - 2008. - с. 49-59.

51. Евстигнеев В. Резервные требования: механизм стабилизации рынка портфельных инвестиций. - Мировая экономика и международные отношения. - № 10. - 2009. - 58-62 с.

52. Касимова Ю.Ф. Введение в теорию оптимального портфеля ценных бумаг. - М.: Анкил. - 2008. - 328 с.

53. Королев В. Ю., Бенинг В. Е., Шоргин С. Я. Математические основы теории риска. М. - 2011. – 620 с.

54. Косарева Е.А., Юрова Я.А., Добрина М.В. Адаптивное применение моделей портфельного инвестирования в задачах технического анализа на фрактальном рынке. - Вестник ВГУ. Серия: Экономика и управление. - Выпуск № 4. – Воронеж. – 2019. - с. 164-170.

55. Кошелев И.В. Моделирование и анализ портфельного и потребительского выбора в стохастических условиях фондового рынка. - Экономический вестник Ростовского государственного университета. – Т. 6 № 4 часть 2. – Ростов-на-Дону. - 2008. - с. 31-33.

56. Кошелев И.В. Моделирование портфельного и потребительского выбора инвестора, характеризующегося степенной функцией полезности. - Современные научные исследования. - № 4. – Ростов-на-Дону. - 2007. – с. 31-33.

57. Лаплас П.С. Опыт философии теории вероятностей. – М.: Либроком. - 2011. – 208 с.

58. Лобанов А. Проблема метода при расчете value at risk. – М.: Рынок ценных бумаг. - № 21. - 2000. - с. 54–58.

59. Лобанов А., Порох А. Анализ применимости различных моделей расчета value at risk на российском рынке акций. - М.: Рынок ценных бумаг. - № 2. - 2001. - с. 65–70.

60. Лукашин Ю.П. Оптимизация структуры портфеля ценных бумаг. - Экономика и математические методы. – Т. 31. Вып. 1. - 1995. – с. 138-150.

61. Мандельброт Б. (Не)послушные рынки. Фрактальная революция в финансах / Б. Мандельброт, Р. Хадсон // М.: Изд. дом «Вильямс». - 2006. – 408 с.

62. Мандельброт Б. Фракталы, случай и финансы. - Регулярная и хаотическая динамика. – Ижевск. - 2004. – 256 с.

63. Миркин Б.Г. Проблема группового выбора. – М.: Наука. - 1974. – 256 с.

64. Михайлова В.С., Бенько Е.В. Риски портфельного инвестирования. - Экономика и социум. – 5 (36). – Саратов. - 2017. – с. 958-960.

65. Мобуссин М. Больше, чем вы знаете. Необычный взгляд на мир финансов. – М.: Альпина паблишер. - 2014. – 411 с.

66. Найт Ф. Риск, неопределенность и прибыль. - М.: Дело. - 2003. – 360 с.

67. Наталуха И. Г. Моделирование спекулятивного бума на финансовом рынке с учетом психологии инвесторов. - Математическое моделирование и компьютерные технологии». - Кисловодск. - Т. 2. - 2004. - с. 7-8.

68. Ортега Дж. Итерационные методы решения нелинейных систем уравнений со многими неизвестными / Дж. Ортега, В. Рейнболдт // М.: Мир. - 1975. – 600 с.

69. Петерс Э. Фрактальный анализ финансовых рынков: применение теории Хаоса в инвестициях и экономике. - М.: Интернет-трейдинг (перевод с английского). – 2004. – 304 с.

70. Пикфорд Дж. Управление рисками. – М.: Вершина. - 2004. – 352 с.

71. Поляков А. В. Система управления рисками (виды, классификация, уровень рисков). - Экономика и управление. - № 6. - 2008.- с. 118–121.

72. Серга Л. К. Прикладное использование методов портфельного анализа / Л. К. Серга, М.И. Никифорова, Е.С. Румынская, М.С. Хван // Статистика и экономическое измерение. – Вестник НГУЭУ. №3. – 2012. - с. 146-158.

73. Соколов Ю. А., Лисица М. И. Методология формирования доходности ценных бумаг и структуры капитала. - СПб.: Изд-во СПбАУЭ, - 2007. – 266 с.

74. Соложенцев Е. Д. Управление риском и эффективностью в экономике: логико-вероятностный подход. - СПб.: Изд-во СпбГУ. - 2009. – 242 с.

75. Соложенцев Е. Д., Махутов Н. А. Логико-вероятностные модели риска в многокомпонентных системах с группами несовместных событий для задач классификации инвестирования эффективности и

менеджмента. – М.: Проблемы безопасности и чрезвычайных ситуаций. - № 3. - 2006. - с. 30–52.

76. Сорнетте Д. Как предсказывать крахи финансовых рынков. Критические события в сложных финансовых системах. – М.: И-Трейд. - 2011. – 400 с.

77. Тинякова В. И. Прогнозирование лингвистических переменных с помощью моделей бинарного выбора / В.И. Тинякова, С.И. Мокшина // Экономическое прогнозирование: модели и методы. – Воронежский государственный университет. – Воронеж. - Ч.2. - 2004. - с. 296-301.

78. Филиппов К.В. Современные подходы к оценке рыночного риска инвестиционного портфеля ценных бумаг. - Горный информационно-аналитический бюллетень. – М.: №12. - 2009. – с. 363-374.

79. Христановский В.В., Щербина В. П. Функция полезности: теория и анализ. - Учебное пособие. – Хартков. - ИД «ИНЖЕК». - 2006. - 120 с.

80. Шапкин А. С. Экономические и финансовые риски. Оценка, управление, портфель инвестиций. - М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков и Ко». - 2012. - 544 с.

81. Шапкин А. С., Шапкин В. А. Теория риска и моделирование рисковых ситуаций. - Учебник. - 2-е изд. - М.: Дашков и К.- 2007. – 879 с.

82. Шарп У., Александер Г., Бейли Д. Инвестиционный менеджмент. - М.: ИНФРА-М. - 2003. - 257 с.

83. Яновский Л.П., Владыкин С.Н. Выбор портфеля с учетом горизонта инвестирования. – М.: Финансы и кредит. - № 29. - 2009. – с. 12-18.

84. Ackert Lucy F., Deaves R. Behavioral Finance: Psychology, Decision-making and Markets. – South-Western Cengage Learning. – 2010. – 392 p.

85. Agarwal A., Hazan E. New algorithms for repeated play and universal portfolio management. – Princeton University Technical Report. – 2005. – 79 p.

86. Amemiya T. Qualitative response models: a survey. - Journal of Economic Literature. – V. 19 no. 4. – 1981. – pp. 1483-1536.

87. Ang A., Bekaert G., Jun Liu Why stocks may disappoint? – Journal of Financial Economics. – 2005. – pp. 471–508.

88. Arnold G. Investing: the definitive companion to investment and the financial markets. – 2nd ed. Financial Times/ Prentice Hall. – 2010. – 608 p.

89. Artzner P., Delbaen F., Eber J.-M., Heath D. Coherent Measures of Risk. - Preprint. – pp. 203 – 228.

90. Árvai, Heenan G. A Framework for Developing Secondary Markets for Government Securities. The Role of Stock Markets. – Journal of Money, Credit and Banking. – 33(2). – IMF Working Paper. – 2008. – pp. 16–41.

91. Balasanov Y. VaR is not appropriate measure for risk and economic capital. - Bank of America working report. – 1999. – 338 p.

92. Basu D. Economic models: methods, theory and applications. – Nagasaki University. – Japan. – 2009. – 247 c.

93. Bera A. K., Ivliev S., Lillo F. Financial econometrics and empirical market microstructure. Switzerland. – Springer international Publ. – 2015. – 284 p.

94. Biais B., Bossaerts P., Spatt C. Equilibrium asset pricing under heteroge-neous information. – Working paper. – University of Toulouse. – 2004. – pp. 1–37.

95. Brandt M.W. Estimating portfolio and consumption choice: a conditional Euler equations approach. – Journal of Finance. – V. 54, no. 6. – 1999. – pp. 1609–1645.

96. Cambell J. Y. The Econometric of Financial Markets. - New Jersey: Princeton University. – 1997. – 611 p.

97. Chekhlov A., Uryasev S., Zabarankin M. Portfolio Optimization With Drawdown Constraints. B. Scherer (Ed.). - London: Asset and Liability Management Tools. - Risk Books. – 2003. – pp. 1–17.

98. Christopher T. May Nonlinear Pricing: Theory and Applications. - John Wiley & Sons. – 1999. – 384 p.

99. Cohen L. Loyalty based portfolio choice. – Working paper. – Yale University. – pp. 1213–1245.

100. Cosslett R. S. Distribution-Free Maximum Likelihood Estimator of the Binary Choice Model. - Econometrica. – Vol. 51 no. 3. - 1983. – pp. 765-782.

101. Cowles A. Can Stock Market Forecasters Forecast? - Econometrica. - Vol. 1 no. 3. – 1933. – pp. 309-324.

102. Cox D. R. The analysis of binary data. 2nd ed. / D.R. Cox, E.J. Snell // London. – Chapman and Hall. – 1989. – 240 p.

103. Cox J. C., Ross S. A., Rubinstein M. Option pricing: A simplified approach. – Journal of Financial Economics. – no. 7 (3). – 1979. – pp. 229–263.

104. Curcuru S., Heaton J., Lucas D., Moore D. Heterogeneity and portfolio choice: Theory and evidence. – Handbook of Financial Econometrics (Elsevier Science, North-Holland, Amsterdam). – 2005. – pp. 337-382.

105. Davis P.K., Dreyer P. RAND's Portfolio Analysis Tool (PAT): Theory, Methods, and Reference Manual (Rand Corporation Technical Report). – National defense research institute.– 2009. – 126 p.

106. Dobrina M.V., Davnis V.V., Chekmarev A.V., Tinyakova V.I. Models of Adaptive Targeted Forecasting of Socio-Economic Region Development Indicators. – Journal of Advanced Research in Law and Economics. – Vol.10 no.4(42). – 2019 (Scopus). – p. 1195-1204.

107. Dobrina M.V., Kosareva E.A., Yurova Y.A. Application of adaptive models with discrete dependent variables in the substantiation of investment solutions under the context of fractal market. – Academy of Strategic

Management Journal. Financial Management & Accounting. – Vol. 20 Special Issue 3. – 2021 (Scopus). – pp. 1-9.

108. Dobrina M.V., Yurova Y.A., Shurshikova G.V. Econometric Models with Discrete Dependent Variable in Portfolio Analysis. – Series: Advances in Economics, Business and Management Research. – Proceedings of the 2nd International Conference on Economy, Management and Entrepreneurship. - ICOEME 2019. – ATLANTIS PRESS. – pp. 86-90.

109. Dominitz J., Manski C. Measuring and interpreting expectations of equity returns. – Working paper. – Northwestern University. – 2005. – pp. 1–36.

110. Endovitskiy D.A., Davnis V.V., Dobrina M.V. A new approach to modeling and analysis portfolio investment solutions. – Opcion. Revisten de Ciencias Humanas y Sociales. Universidad del Zulia Facultad Experimental de Ciencias Departamento de Ciencias Humanas Maracaibo. – Venezuela. – Ano 35, Regular no.24. – 2019 (Scopus). – pp. 420-440.

111. Engle R.F. Estimating Time Varying Risk Premia in the Term Structure: The «ARCH-M Model» / R. Engle, D. Lilien, R. Robins // Econometrica. – 1987. – no. 55(2). – pp. 391– 407.

112. Engle R.F., Granger C.W.J. Co-integration and error correction: representation, estimation, and testing. – Applied econometrics. – 39(3). – 2015. – pp. 107-135.

113. Frobenius G. Ueber Matrizen aus nicht negativen Elementen. – Sitzungsber. Königl. Preuss. Akad. Wiss. – 1912. – pp. 456–477.

114. Giannetti M., Koskinen Y. Investor protection and demand for equity. – Working paper. – Stockholm School of Economics. – 2005. – pp. 1–50.

115. Green W. H. Econometric Analysis. 4th ed. - New York: Macmillian Publishing Company. – 2000. – 1004 p.

116. Guiso L., Jappelli T. Awareness and stock market participation. – The Review of Finance. – 2005. – pp. 1–31.

117. Haan J., Oosterloo S., Schoenmaker D. European Financial Markets and Institutions. – Cambridge University Press. – 2009. – 410 p.

118. Johan C.H. Active portfolio management and portfolio construction – implementing an investment strategy. – Master thesis. Applied economics and finance. – Copenhagen business school. – 2012. – 117 p.

119. Junior L.S. Correlation of financial markets in times of crisis. – Physica A: Statistical Mechanics and its Applications. – Vol. 391 no. 1. –2012. – pp. 187-208.

120. Kamal A. El-Wassal The Development of Stock Markets: In Search of a Theory. – Alexandria University, Egypt. – International Journal of Economics and Financial Issues. – Vol. 3 no. 3. – 2013. – pp. 606-624.

121. Kendeall M.G. The analysis of economic time-series. Part I. Prices. – Journal of the Royal Statistical Society. - Vol. 96. – 1953. – pp. 11-25.

122. Keynes J.M. The General Theory of Employment, Interest and Money. – Palgrave Macmillan. – United Kingdom. – 1936. – 263 p.

123. Khanser M.A. Dance of Chaos: The Application of Chaos Theory in the Philippine Foreign Exchange Market. – Khanser Publishing House. – 1999. – 65 p.

124. Lee L.-Fei. Identifacation and Estimation in Binary Choice Models with Limited (Censored) Dependent Variables. - Econometrica. –Vol. 47 no. 4. – 1979. – pp. 977-996.

125. Levišauskaite K. Investment Analysis and Portfolio Management. – Vytautas Magnus University Kaunas. – Lithuania. – 2010. – 166 p.

126. Maenhout P. Robust portfolio rules and asset pricing. – Review of Financial Studies. – 2005. – pp. 951–983.

127. Malliaris A.G. Economic Uncertainty, Instabilities And Asset Bubbles: Selected Essays. - World Scientific. – 2005. – 372 p.

128. Mandelbrot B., Richard L. Hudson The Misbehavior of Markets: A Fractal View of Financial Turbulence. – Basic Books. – 2007. – 368 p.

129. Markowitz H.M. Mean-variance Analysis in Portfolio Choice and Capital Market. - Oxford N.Y.: Blackwell. – 1987. – 387 p.

130. Markowitz H.M. Portfolio Selection. - Journal of Finance. – Vol. 7. no.1. – 1952. – pp. 77-91.

131. Markowitz H.M. Portfolio Selection. Efficient Diversification of Investments. - Oxford N.Y.: Blackwell. – 1991. – 384 p.

132. Nelson D.B. Conditional Heteroscedasticity in Asset Returns. - Econometrica. – 1991. - Vol. 59. - pp. 347-370.

133. Nicolaou M.A. The Theory and Practice of Security Analysis. - MacMillan Business. - 2000. – 160 p.

134. Nikolaieva O., Petrova A., Lutsenko R. Forecasting of the stock rate of leading world companies using econometric methods and DCF analysis. - International Journal of Innovative Technologies in Economy. - RS Global 2(29). - 2020. – pp. 33-41.

135. Park J. Y. Nonstationary Binary Choice / J. Y. Park, P. C. B. Phillips // Econometrica. – Vol. 68 no. 5. – 2000. – pp. 1249-1280.

136. Peters E.E. Chaos and Order in the Capital Markets: A New View of Cycles, Prices and Market Volatility. – Wiley. – 1991. – 240 p.

137. Pindyck R.S. Econometric Models and Economic Forecasts / R.S. Pindyck, D.L. Rubinfeld // McGraw-Hill, Inc. – 1999. – 634 p.

138. Ragnar F. Econometrica. – Journal of the econometric society. - An International Society for the Advancement of Economic Theory in its Relation to Statistics and Mathematics. – 1933. – 457 p.

139. Roberts H.V. Stock-market «patterns» and financial analysis: Methodological suggestions. – Journal of Finance. – Vol. 14. – 1959. – pp. 1-10.

140. Roll R.A Critique of Asset Pricing Theory's Tests. - Journal of Finance and Economics. – 1977. – pp. 129-176.

141. Ross S.A. The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing. - Journal of Economy Theory. – Vol. 13 no. 3. – 1976. – pp. 343-362.

142. Ross S.M. An Elementary Introduction to Mathematical Finance: Options and Other Topics. - Cambridge University Press. – 2003. - 253 p.

143. Sajaia Z. Maximum Likelihood Estimation of a Bivariate Ordered Probit Model: Implementation and Monte Carlo Simulations. – The Stata Journal. – Vol. 4 no. 2. – pp. 1-18.

144. Shanken J. On the Estimation of Beta-pricing Models. - Review Financial Studies. – 1992. - Vol. 5 no 1. - pp. 1-33.

145. Sharpe W.F. A Simplified Model for Portfolio Analysis. - Management Science. – Vol. 9 no.2. – 1963. – pp. 277-293.

146. Steel A. Predictions in Financial Time Series Data: Doctoral dissertation. – University at Albany. – Albany, NY. – 2014. – 192 p.

147. Sterge A.J. On the Distribution of Financial Futures Price Changes. - Financial Analysts Journal. – 1989. – pp. 75–78.

148. Stoltz G., Lugosi G. Internal regret in on-line portfolio selection. – Machine Learning. – no. 59. – 2005. – pp. 125-159.

149. Strong R.A. Portfolio Construction, Management and Protection. – 1993. – 561 p.

150. Tobin J. Liquidity Preferences as a Behavior Toward Risk. - Review Economic Studies. – 1958. - vol. 25 no. 6. - pp. 65-68.

151. Tobin J. The Theory of Portfolio Selection. - Theory of Interest Rates. – London. – MacMillan. – 1965. – pp. 3-51.

152. Turner A.L. Daily Stock Market Volatility. Management Science / A.L. Turner, E.J. Weigel // Institute for Operations Research and the Management Sciences (INFORMS). – Maryland, USA. – 1992. – pp. 1586-1609.

153. Vaga T. Profiting from Chaos: Using Chaos Theory for Market Timing, Stock Selection, and Option Valuation. – McGraw-Hill. – 1994. – 248 p.

Приложения

Приложение 1

Таблица П1

Котировки акций фондового рынка за временной интервал с 1 апреля по 30 июня 2019 года

Газ-пром	Сбер-банк	Сургут-нефтегаз	Лукойл	Рос-нефть	Аэро-флот	Мос-Энерго	Мега-фон	РТС
135,89	83,88	25,98	1965,6	231,7	55,97	0,774	968	1178,8
134,9	82,67	26,14	1954	233	55,78	0,7701	968,8	1185,5
134,5	81,51	25,999	1954	230,5	55,8	0,7709	956,8	1205,4
137,47	82,98	26,147	1966	232,49	56,02	0,7748	948,1	1230,0
133,99	79,95	25,994	1920	231,42	53,45	0,7617	930	1218,7
133,25	79,41	25,752	1920	229,95	53,39	0,7633	925	1215,0
132,31	78,85	25,843	1900	231,99	53,85	0,761	944	1221,5
134,82	79,9	26,124	1914,3	234,58	54,15	0,783	943	1196,1
134	79,75	25,9	1898,1	232,52	53,4	0,7756	932,2	1194,0
131	78,35	26,15	1880	233,88	52,85	0,769	933,1	1188,0
127,75	75,2	25,5	1850	225,95	49,68	0,7513	915	1205,9
129	76,13	25,406	1865	225,59	51,8	0,7426	931	1204,5
129,82	76,89	25,2	1872	228,45	53	0,745	940	1178,5
133,9	78,82	25,7	1899,9	231,77	53,75	0,7557	955	1147,2
132,68	77,62	25,461	1889	230,9	53,65	0,7518	938	1164,3
131,7	76,3	25,38	1873,4	230	52,34	0,7505	938	1203,4
130,5	75,56	25,206	1880,1	228,17	51,76	0,7499	943	1192,8
126,69	73,21	24,875	1856,7	225,98	50,64	0,7449	924,8	1179,1
125,4	69,91	24,575	1838	223,62	49,25	0,7107	912	1172,0
128,12	73,39	25,062	1865	219,8	50,46	0,724	917	1157,5
128,3	72,8	25,057	1889,3	223,51	50,95	0,727	919,7	1126,6
128,77	72,5	24,9	1880,1	222,62	50,92	0,7265	924	1120,8
127	72,22	24,82	1884,1	222,8	50,35	0,7355	913,7	1157,2
126	71,99	25,05	1866	220,9	50,25	0,7274	927,8	1148,8
129,49	74,1	24,95	1878,9	224,05	50,55	0,74	935,8	1144,7
134,1	78,5	25,29	1919	229	52,17	0,7421	950,9	1140,7
135,63	78,8	25,27	1942,8	226,67	51,49	0,7388	955	1164,4
135,71	79,08	25,21	1950	229,5	51,61	0,7483	955	1195,3
138,46	80,15	25,351	1931,3	229,5	52,8	0,7541	943,5	1231,7
139,87	81,38	25,38	1910,9	229,99	53	0,7517	952,1	1230,4
141,15	80,04	25,256	1890	227	52,24	0,7498	955	1255,2
144,29	79,2	25,574	1919	227,24	52,65	0,7464	955,4	1256,0

148,05	81,62	25,7	1938	228,1	53,55	0,7613	970	1263,9
145,35	82,31	25,943	1979	229,8	53,61	0,7816	970	1251,7
146,58	83,59	26,276	1995	230,56	54,2	0,7898	1002	1281,8
144,78	83,26	26,13	1965,2	230,01	53,11	0,8	994	1291,1
144,3	85,83	26,307	1957	232,9	53,89	0,7998	995,6	1306,4
145,8	86,87	26,473	1972	233,74	53,99	0,816	987,6	1313,0
142,4	84,33	25,901	1930,3	229	53,32	0,7912	970	1317,8
141,3	84,95	25,94	1944,9	229,13	54	0,8255	992,9	1338,4
144,2	85,65	26,026	1977,7	229,81	55,3	0,8136	1019	1301,0
141,7	84,5	25,089	1968	226	55,15	0,8044	1019	1297,4
144,11	85,91	26,351	2037	230	57,04	0,8175	1032	1311,1
144,19	86,84	26,55	2050	231,3	57,8	0,8144	1045	1304,4
144,04	87,81	26,899	2047	230,25	57,2	0,8137	1058	1320,9
142,75	87,43	26,999	2035	229,5	57,57	0,8098	1049	1312,0
143,97	89	27,139	2030,6	237	57,59	0,814	1065	1301,0
144,4	88,89	26,942	2025	240,36	58,84	0,8123	1110	1334,9
144,75	88,99	27,394	2061,4	242,8	58,85	0,8104	1091	1339,1
146,4	89	27,559	2097,9	249,66	58,74	0,7947	1074	1367,5
145,2	84,85	27,351	2149	253,3	56,89	0,7972	1082	1360,1
144,77	83,8	27,792	2130	251,59	55,06	0,7904	1067	1368,4
145	83,77	28,184	2126,9	250,87	55,3	0,7911	1066	1354,4
145,2	84,8	27,248	2112,1	249,89	55,64	0,8023	1086	1347,4
145,6	84,16	27,186	2100	250,11	55,68	0,805	1110	1358,2
147,17	83,68	27,275	2082,6	252,3	56,38	0,7899	1075	1380,7
153,25	86,5	27,8	2099,1	257,81	58,49	0,7973	1090	1365,0
149,26	84,4	26,717	2037,4	250	56,75	0,784	1080	1367,2
147,44	84,1	26,5	2028,6	249,24	56,44	0,7831	1067	1399,6
149,39	84,33	26,6	2021	249,49	55,6	0,781	1069	1396,9
148,96	84,5	26,436	2036	249,3	56,43	0,7793	1079	1378,7

Приложение 2

Таблица П2

Динамика доходности акций фондового рынка за временной интервал с 1 апреля по 30 июня 2019 года

Газ-пром	Сбер-банк	СурНеф-Газ	Лу-койл	Рос-нефть	Аэро-флот	Мос-Энер	Мега-фон	РТС
-	-	-	-	-	-	-	-	-
-0,729	-1,443	0,616	-0,590	0,561	-0,339	-0,504	0,083	0,572
-0,297	-1,403	-0,539	0,000	-1,073	0,036	0,104	-1,239	1,678
2,208	1,803	0,569	0,614	0,863	0,394	0,506	-0,909	2,039
-2,531	-3,651	-0,585	-2,340	-0,460	-4,588	-1,691	-1,909	-0,921
-0,552	-0,675	-0,931	0,000	-0,635	-0,112	0,210	-0,538	-0,297
-0,705	-0,705	0,353	-1,042	0,887	0,862	-0,301	2,054	0,531
1,897	1,332	1,087	0,753	1,116	0,557	2,891	-0,106	-2,074
-0,608	-0,188	-0,857	-0,846	-0,878	-1,385	-0,945	-1,145	-0,179
-2,239	-1,755	0,965	-0,954	0,585	-1,030	-0,851	0,097	-0,503
-2,481	-4,020	-2,486	-1,596	-3,391	-5,998	-2,302	-1,940	1,505
0,978	1,237	-0,369	0,811	-0,159	4,267	-1,158	1,749	-0,117
0,636	0,998	-0,811	0,375	1,268	2,317	0,323	0,967	-2,161
3,143	2,510	1,984	1,490	1,453	1,415	1,436	1,596	-2,651
-0,911	-1,522	-0,930	-0,574	-0,375	-0,186	-0,516	-1,780	1,487
-0,739	-1,701	-0,318	-0,826	-0,390	-2,442	-0,173	0,000	3,364
-0,911	-0,970	-0,686	0,358	-0,796	-1,108	-0,080	0,533	-0,886
-2,920	-3,110	-1,313	-1,245	-0,960	-2,164	-0,667	-1,930	-1,146
-1,018	-4,508	-1,206	-1,007	-1,044	-2,745	-4,591	-1,384	-0,598
2,169	4,978	1,982	1,469	-1,708	2,457	1,871	0,548	-1,239
0,140	-0,804	-0,020	1,303	1,688	0,971	0,414	0,294	-2,667
0,366	-0,412	-0,627	-0,487	-0,398	-0,059	-0,069	0,468	-0,522
-1,375	-0,386	-0,321	0,213	0,081	-1,119	1,239	-1,115	3,250
-0,787	-0,318	0,927	-0,961	-0,853	-0,199	-1,101	1,543	-0,730
2,770	2,931	-0,399	0,691	1,426	0,597	1,732	0,862	-0,350
3,560	5,938	1,363	2,134	2,209	3,205	0,284	1,614	-0,351
1,141	0,382	-0,079	1,240	-1,017	-1,303	-0,445	0,431	2,081
0,059	0,355	-0,237	0,371	1,249	0,233	1,286	0,000	2,649
2,026	1,353	0,559	-0,959	0,000	2,306	0,775	-1,204	3,049
1,018	1,535	0,114	-1,056	0,214	0,379	-0,318	0,911	-0,105
0,915	-1,647	-0,489	-1,094	-1,300	-1,434	-0,253	0,305	2,014
2,225	-1,049	1,259	1,534	0,106	0,785	-0,453	0,042	0,061
2,606	3,056	0,493	0,990	0,378	1,709	1,996	1,528	0,628

-1,824	0,845	0,946	2,116	0,745	0,112	2,666	0,000	-0,961
0,846	1,555	1,284	0,808	0,331	1,101	1,049	3,258	2,403
-1,228	-0,395	-0,556	-1,494	-0,239	-2,011	1,291	-0,759	0,722
-0,332	3,087	0,677	-0,417	1,256	1,469	-0,025	0,161	1,190
1,040	1,212	0,631	0,766	0,361	0,186	2,026	-0,804	0,501
-2,332	-2,924	-2,161	-2,115	-2,028	-1,241	-3,039	-1,782	0,364
-0,772	0,735	0,151	0,756	0,057	1,275	4,335	2,361	1,567
2,052	0,824	0,332	1,686	0,297	2,407	-1,442	2,619	-2,794
-1,734	-1,343	-3,600	-0,490	-1,658	-0,271	-1,131	0,039	-0,280
1,701	1,669	5,030	3,506	1,770	3,427	1,629	1,256	1,057
0,056	1,083	0,755	0,638	0,565	1,332	-0,379	1,211	-0,505
-0,104	1,117	1,315	-0,146	-0,454	-1,038	-0,086	1,283	1,259
-0,896	-0,433	0,372	-0,586	-0,326	0,647	-0,479	-0,888	-0,675
0,855	1,796	0,519	-0,216	3,268	0,035	0,519	1,516	-0,835
0,299	-0,124	-0,726	-0,276	1,418	2,171	-0,209	4,274	2,601
0,242	0,112	1,678	1,798	1,015	0,017	-0,234	-1,712	0,320
1,140	0,011	0,602	1,771	2,825	-0,187	-1,937	-1,540	2,119
-0,820	-4,663	-0,755	2,436	1,458	-3,149	0,315	0,726	-0,538
-0,296	-1,237	1,612	-0,884	-0,675	-3,217	-0,853	-1,386	0,604
0,159	-0,036	1,410	-0,146	-0,286	0,436	0,089	-0,056	-1,018
0,138	1,230	-3,321	-0,696	-0,391	0,615	1,416	1,838	-0,515
0,275	-0,755	-0,228	-0,573	0,088	0,072	0,337	2,210	0,795
1,078	-0,570	0,327	-0,829	0,876	1,257	-1,876	-3,153	1,664
4,131	3,370	1,925	0,792	2,184	3,742	0,937	1,395	-1,143
-2,604	-2,428	-3,896	-2,939	-3,029	-2,975	-1,668	-0,954	0,167
-1,219	-0,355	-0,812	-0,432	-0,304	-0,546	-0,115	-1,204	2,369
1,323	0,273	0,377	-0,375	0,100	-1,488	-0,268	0,225	-0,193
-0,288	0,202	-0,617	0,742	-0,076	1,493	-0,218	0,964	-1,305

Приложение 3

Таблица П3

Сглаженные значения доходностей

Газпром	Сбербанк	СурНефГаз	Лукойл	Роснефть	Аэрофлот	МосЭнер	Мегафон	РТС
0,003	-0,678	0,081	-0,372	0,180	-0,456	0,174	-0,366	0,218
-0,084	-0,498	-0,129	-0,409	-0,026	-0,605	0,111	-0,542	0,111
-0,362	-0,549	0,086	-0,545	0,211	-0,757	-0,026	-0,351	-0,201
-1,031	-1,381	-0,350	-0,861	-0,397	-1,671	-0,427	-0,498	-0,277
-0,530	-0,682	-0,320	-0,411	-0,354	-0,406	-0,351	0,024	-0,162
-0,360	-0,443	-0,302	-0,357	-0,082	-0,059	-0,335	0,239	-0,428
0,189	0,016	-0,069	0,005	-0,001	0,020	-0,086	0,174	-0,883
-0,212	-0,392	-0,358	-0,185	-0,214	-0,086	-0,573	-0,065	-0,374
-0,230	-0,608	-0,281	-0,182	-0,144	-0,237	-0,463	0,098	0,132
-0,041	-0,495	-0,516	0,006	-0,341	-0,248	-0,353	0,161	0,077
-0,103	-0,365	-0,349	0,056	0,006	0,300	-0,119	0,162	-0,301
-0,389	-1,186	-0,469	-0,204	-0,121	-0,702	-0,610	-0,286	-0,370
-0,170	-0,618	-0,070	-0,048	-0,546	-0,682	-0,388	-0,345	-0,239
-0,598	-1,091	-0,356	-0,075	-0,512	-0,745	-0,534	-0,531	-0,241
-0,416	-0,932	-0,313	-0,062	-0,515	-0,727	-0,471	-0,210	-0,528
-0,507	-0,745	-0,313	0,086	-0,448	-0,538	-0,269	-0,369	-0,544
-0,489	-0,652	-0,083	-0,102	-0,456	-0,408	-0,415	-0,225	-0,522
0,324	0,212	0,048	0,174	-0,116	-0,014	-0,072	0,174	-0,408
0,978	1,704	0,415	0,623	0,349	0,836	0,624	0,602	-0,373
0,831	1,047	0,120	0,591	0,448	0,299	0,293	0,585	0,102
0,819	1,213	0,089	0,457	0,385	0,193	0,418	0,543	0,861
1,056	1,465	0,259	0,390	0,442	0,531	0,539	0,304	1,371
1,398	1,739	0,321	0,209	0,461	0,745	0,316	0,594	0,892
1,641	1,550	0,119	0,190	0,397	0,569	0,437	0,417	1,284
1,563	0,981	0,356	0,310	0,209	0,596	0,125	0,300	1,343
1,427	0,569	0,231	0,147	-0,053	0,382	0,370	0,288	1,482
1,004	0,635	0,378	0,272	0,199	0,584	0,814	0,226	1,048
1,116	0,807	0,595	0,334	0,068	0,708	0,780	0,691	1,013
0,651	0,557	0,436	0,258	0,034	0,092	0,854	0,755	0,680
0,458	0,779	0,516	0,349	0,183	0,247	0,896	0,648	0,865
0,476	1,187	0,676	0,615	0,420	0,479	1,221	0,489	0,649
-0,175	0,919	0,188	0,094	0,115	0,189	0,852	0,229	0,692
-0,657	0,588	0,139	0,060	0,069	0,127	1,186	0,348	0,827
-0,104	0,585	0,051	-0,001	0,005	0,455	0,599	0,722	0,565
-0,472	0,171	-0,647	-0,187	-0,279	0,259	0,288	0,262	0,181
-0,054	0,466	0,151	0,528	0,008	1,036	0,336	0,550	0,229

0,001	0,179	0,162	0,678	-0,091	1,016	0,285	0,700	-0,013
-0,162	0,166	0,260	0,548	-0,207	0,842	-0,016	0,998	0,095
0,043	0,522	0,622	0,766	0,036	1,111	0,350	1,126	-0,053
0,276	0,673	0,674	0,627	0,495	0,934	-0,196	1,005	-0,396
0,025	0,538	0,523	0,347	0,655	0,900	-0,020	1,242	0,375
0,307	0,746	1,277	0,674	1,037	0,941	0,109	0,991	0,460
0,227	0,509	0,645	0,426	1,187	0,425	-0,401	0,592	0,612
0,102	-0,312	0,429	0,683	1,315	-0,215	-0,302	0,523	0,607
0,075	-0,648	0,472	0,577	1,283	-0,526	-0,411	0,141	0,514
0,226	-0,591	0,620	0,640	1,289	-0,556	-0,330	0,260	0,465
0,123	-0,672	0,072	0,572	0,766	-0,474	-0,202	0,306	0,510
0,120	-0,763	0,143	0,529	0,576	-0,773	-0,124	0,011	0,252
0,239	-0,860	-0,050	0,154	0,556	-0,596	-0,359	-0,195	0,444
0,667	-0,380	0,139	0,014	0,465	-0,035	0,052	0,225	-0,022
0,412	-0,061	-0,310	-0,753	-0,176	-0,010	-0,231	-0,015	0,079
0,280	0,065	-0,656	-0,689	-0,123	0,372	-0,126	0,011	0,331
0,446	0,109	-0,804	-0,722	-0,068	0,097	-0,177	0,051	0,449
0,385	-0,038	-0,417	-0,516	-0,023	0,222	-0,410	-0,074	0,336

Приложение 4

Таблица П4

Отклонение текущей доходности от средних значений

Газ-пром	Сбер-банк	СурНеф-Газ	Лу-койл	Рос-нефть	Аэро-флот	Мос-Энер	Мега-фон	РТС
-0,196	-0,771	0,005	-0,489	0,022	-0,530	0,114	-0,620	-0,038
-0,283	-0,592	-0,206	-0,526	-0,184	-0,679	0,051	-0,795	-0,145
-0,561	-0,642	0,009	-0,662	0,053	-0,831	-0,086	-0,605	-0,456
-1,230	-1,474	-0,427	-0,977	-0,555	-1,744	-0,487	-0,752	-0,533
-0,729	-0,776	-0,396	-0,527	-0,512	-0,479	-0,411	-0,229	-0,418
-0,559	-0,537	-0,379	-0,474	-0,240	-0,132	-0,395	-0,014	-0,684
-0,010	-0,078	-0,146	-0,112	-0,159	-0,053	-0,146	-0,080	-1,139
-0,411	-0,485	-0,434	-0,302	-0,372	-0,160	-0,633	-0,319	-0,630
-0,429	-0,701	-0,357	-0,299	-0,303	-0,310	-0,523	-0,155	-0,124
-0,240	-0,589	-0,593	-0,111	-0,500	-0,322	-0,413	-0,093	-0,179
-0,302	-0,459	-0,425	-0,061	-0,153	0,226	-0,179	-0,092	-0,557
-0,588	-1,280	-0,545	-0,321	-0,279	-0,776	-0,670	-0,539	-0,626
-0,369	-0,711	-0,146	-0,165	-0,704	-0,756	-0,448	-0,599	-0,495
-0,797	-1,185	-0,432	-0,191	-0,671	-0,819	-0,594	-0,785	-0,497
-0,615	-1,026	-0,389	-0,179	-0,674	-0,801	-0,530	-0,464	-0,784
-0,706	-0,838	-0,390	-0,031	-0,607	-0,612	-0,329	-0,623	-0,800
-0,688	-0,745	-0,159	-0,219	-0,615	-0,482	-0,475	-0,479	-0,778
0,125	0,118	-0,029	0,058	-0,274	-0,088	-0,132	-0,080	-0,664
0,779	1,610	0,338	0,506	0,191	0,762	0,564	0,348	-0,629
0,632	0,954	0,044	0,474	0,290	0,225	0,234	0,332	-0,154
0,620	1,119	0,013	0,340	0,227	0,120	0,358	0,290	0,605
0,857	1,371	0,182	0,273	0,284	0,458	0,479	0,051	1,115
1,199	1,646	0,244	0,092	0,303	0,672	0,256	0,340	0,636
1,442	1,456	0,042	0,073	0,239	0,495	0,377	0,163	1,028
1,365	0,887	0,279	0,193	0,050	0,522	0,065	0,046	1,087
1,228	0,476	0,155	0,030	-0,211	0,308	0,310	0,034	1,226
0,805	0,542	0,301	0,155	0,040	0,510	0,754	-0,028	0,792
0,917	0,713	0,519	0,217	-0,091	0,634	0,720	0,438	0,757
0,452	0,463	0,359	0,141	-0,125	0,018	0,794	0,501	0,424
0,259	0,685	0,440	0,232	0,024	0,173	0,836	0,394	0,609
0,277	1,094	0,600	0,498	0,261	0,405	1,162	0,236	0,393
-0,374	0,826	0,111	-0,023	-0,043	0,115	0,792	-0,025	0,437
-0,856	0,494	0,062	-0,057	-0,089	0,053	1,126	0,094	0,571
-0,303	0,491	-0,025	-0,118	-0,153	0,381	0,539	0,468	0,309
-0,671	0,077	-0,723	-0,304	-0,438	0,185	0,228	0,009	-0,074
-0,253	0,372	0,075	0,411	-0,151	0,962	0,276	0,296	-0,027

-0,198	0,086	0,086	0,562	-0,249	0,943	0,226	0,446	-0,269
-0,361	0,072	0,184	0,431	-0,366	0,768	-0,076	0,744	-0,161
-0,156	0,428	0,545	0,649	-0,123	1,038	0,290	0,872	-0,309
0,077	0,580	0,598	0,510	0,336	0,860	-0,256	0,751	-0,652
-0,174	0,444	0,447	0,230	0,496	0,827	-0,079	0,988	0,119
0,109	0,652	1,201	0,557	0,878	0,868	0,049	0,738	0,204
0,028	0,415	0,568	0,309	1,029	0,351	-0,461	0,338	0,356
-0,097	-0,405	0,353	0,566	1,157	-0,289	-0,362	0,269	0,351
-0,124	-0,742	0,395	0,461	1,125	-0,600	-0,471	-0,112	0,258
0,027	-0,685	0,544	0,523	1,131	-0,630	-0,390	0,007	0,209
-0,076	-0,766	-0,005	0,455	0,608	-0,547	-0,262	0,053	0,254
-0,079	-0,856	0,066	0,413	0,418	-0,847	-0,184	-0,242	-0,004
0,040	-0,954	-0,127	0,037	0,398	-0,670	-0,419	-0,448	0,188
0,468	-0,474	0,062	-0,102	0,306	-0,109	-0,008	-0,029	-0,278
0,213	-0,155	-0,386	-0,870	-0,335	-0,084	-0,291	-0,269	-0,177
0,081	-0,029	-0,733	-0,806	-0,282	0,298	-0,186	-0,243	0,075
0,247	0,016	-0,880	-0,838	-0,226	0,023	-0,237	-0,203	0,193
0,186	-0,131	-0,494	-0,633	-0,182	0,148	-0,470	-0,328	0,080

Приложение 5

Таблица П5

Значения дискретной зависимой переменной и фактора

Газ-пром	Сбер-банк	СурНеф-Газ	Лу-койл	Рос-нефть	Аэро-флот	Мос-Энер	Мега-фон	РТС
1	1	2	1	2	1	2	1	-0,038
1	1	1	1	1	1	2	1	-0,145
1	1	2	1	2	1	1	1	-0,456
1	1	1	1	1	1	1	1	-0,533
1	1	1	1	1	1	1	1	-0,418
1	1	1	1	1	1	1	1	-0,684
1	1	1	1	1	1	1	1	-1,139
1	1	1	1	1	1	1	1	-0,630
1	1	1	1	1	1	1	1	-0,124
1	1	1	1	1	1	1	1	-0,179
1	1	1	1	1	2	1	1	-0,557
1	1	1	1	1	1	1	1	-0,626
1	1	1	1	1	1	1	1	-0,495
1	1	1	1	1	1	1	1	-0,497
1	1	1	1	1	1	1	1	-0,784
1	1	1	1	1	1	1	1	-0,800
1	1	1	1	1	1	1	1	-0,778
2	2	1	2	1	1	1	1	-0,664
2	2	2	2	2	2	2	2	-0,629
2	2	2	2	2	2	2	2	-0,154
2	2	2	2	2	2	2	2	0,605
2	2	2	2	2	2	2	2	1,115
2	2	2	2	2	2	2	2	0,636
2	2	2	2	2	2	2	2	1,028
2	2	2	2	2	2	2	2	1,087
2	2	2	2	1	2	2	2	1,226
2	2	2	2	2	2	2	1	0,792
2	2	2	2	1	2	2	2	0,757
2	2	2	2	1	2	2	2	0,424
2	2	2	2	2	2	2	2	0,609
2	2	2	2	2	2	2	2	0,393
1	2	2	1	1	2	2	1	0,437
1	2	2	1	1	2	2	2	0,571
1	2	1	1	1	2	2	2	0,309
1	2	1	1	1	2	2	2	-0,074
1	2	2	2	1	2	2	2	-0,027

1	2	2	2	1	2	2	2	-0,269
1	2	2	2	1	2	1	2	-0,161
1	2	2	2	1	2	2	2	-0,309
2	2	2	2	2	2	1	2	-0,652
1	2	2	2	2	2	1	2	0,119
2	2	2	2	2	2	2	2	0,204
2	2	2	2	2	2	1	2	0,356
1	1	2	2	2	1	1	2	0,351
1	1	2	2	2	1	1	1	0,258
2	1	2	2	2	1	1	2	0,209
1	1	1	2	2	1	1	2	0,254
1	1	2	2	2	1	1	1	-0,004
2	1	1	2	2	1	1	1	0,188
2	1	2	1	2	1	1	1	-0,278
2	1	1	1	1	1	1	1	-0,177
2	1	1	1	1	2	1	1	0,075
2	2	1	1	1	2	1	1	0,193
2	1	1	1	1	2	1	1	0,080

Приложение 6

Таблица П6

Расчетные значения текущих вероятностей

Газ-пром	Сбер-банк	СурНеф-Газ	Лу-койл	Рос-нефть	Аэро-флот	Мос-Энер	Мега-фон
0,411	0,485	0,567	0,511	0,399	0,539	0,372	0,459
0,353	0,416	0,490	0,444	0,356	0,464	0,300	0,390
0,209	0,241	0,282	0,267	0,245	0,265	0,144	0,221
0,181	0,207	0,240	0,232	0,221	0,225	0,118	0,189
0,224	0,260	0,305	0,287	0,257	0,286	0,159	0,239
0,135	0,150	0,169	0,171	0,180	0,160	0,078	0,136
0,051	0,052	0,052	0,062	0,091	0,050	0,021	0,046
0,150	0,169	0,193	0,191	0,194	0,181	0,090	0,153
0,364	0,429	0,505	0,457	0,364	0,478	0,314	0,403
0,335	0,395	0,466	0,423	0,343	0,440	0,279	0,370
0,173	0,197	0,227	0,221	0,214	0,213	0,110	0,179
0,151	0,170	0,194	0,192	0,195	0,183	0,091	0,154
0,195	0,224	0,260	0,249	0,233	0,245	0,130	0,205
0,194	0,223	0,259	0,248	0,232	0,243	0,129	0,204
0,110	0,120	0,133	0,138	0,156	0,126	0,059	0,108
0,106	0,116	0,128	0,133	0,152	0,121	0,056	0,104
0,111	0,122	0,135	0,140	0,157	0,128	0,060	0,109
0,140	0,157	0,178	0,178	0,185	0,168	0,082	0,142
0,151	0,169	0,193	0,191	0,194	0,182	0,091	0,153
0,348	0,410	0,483	0,438	0,352	0,457	0,294	0,384
0,757	0,832	0,892	0,840	0,667	0,876	0,805	0,819
0,910	0,949	0,973	0,950	0,828	0,967	0,951	0,945
0,770	0,843	0,900	0,850	0,678	0,886	0,819	0,831
0,892	0,937	0,965	0,938	0,805	0,959	0,937	0,932
0,905	0,945	0,971	0,946	0,820	0,965	0,946	0,941
0,929	0,961	0,980	0,961	0,853	0,976	0,964	0,958
0,828	0,890	0,934	0,893	0,734	0,923	0,879	0,881
0,816	0,880	0,928	0,885	0,722	0,916	0,867	0,871
0,671	0,757	0,831	0,769	0,595	0,810	0,705	0,739
0,758	0,834	0,893	0,841	0,668	0,878	0,807	0,821
0,655	0,742	0,818	0,755	0,582	0,797	0,685	0,723
0,678	0,762	0,836	0,774	0,600	0,816	0,713	0,745
0,742	0,820	0,882	0,828	0,653	0,866	0,788	0,806
0,610	0,698	0,780	0,713	0,546	0,755	0,628	0,677
0,391	0,461	0,540	0,488	0,384	0,513	0,347	0,435
0,418	0,492	0,574	0,518	0,404	0,546	0,380	0,466

0,290	0,341	0,402	0,369	0,309	0,379	0,228	0,317
0,344	0,406	0,479	0,434	0,350	0,453	0,291	0,381
0,271	0,318	0,375	0,346	0,294	0,353	0,207	0,294
0,144	0,161	0,183	0,183	0,188	0,172	0,085	0,146
0,501	0,585	0,672	0,607	0,465	0,644	0,487	0,560
0,551	0,638	0,724	0,657	0,502	0,697	0,552	0,614
0,636	0,723	0,802	0,737	0,566	0,779	0,661	0,703
0,633	0,720	0,800	0,735	0,564	0,777	0,657	0,700
0,581	0,669	0,753	0,687	0,524	0,728	0,591	0,647
0,553	0,640	0,726	0,660	0,503	0,700	0,555	0,617
0,579	0,667	0,752	0,685	0,523	0,726	0,589	0,645
0,431	0,507	0,590	0,532	0,413	0,562	0,397	0,481
0,542	0,628	0,714	0,648	0,495	0,688	0,540	0,604
0,286	0,336	0,396	0,364	0,306	0,373	0,223	0,312
0,336	0,396	0,467	0,424	0,344	0,441	0,281	0,371
0,476	0,558	0,644	0,581	0,446	0,616	0,455	0,532
0,544	0,631	0,717	0,651	0,497	0,691	0,543	0,607
0,479	0,561	0,647	0,584	0,449	0,619	0,459	0,535